

早期劣化に着目した 下水道管渠の統計的劣化分析

The statistical analysis of sewer pipe deterioration focusing on early deterioration

上野 渉*
Wataru UENO

*地域計画学・被災地支援研究室（指導教員：奥村 誠 教授，研究指導教員：水谷大二郎 助教）

The sewer pipes might be divided into two groups. One group does not deteriorate for a certain period of time after construction because they are designed and constructed appropriately for the geographic environment, and the other group deteriorate unexpectedly immediately after construction (“early deterioration”) due to the lack of geographic information. In this research, we construct a statistical deterioration process model that consider the difference of deterioration process with or without early deterioration, and conducted an empirical analysis using survey data of sewer pipe in Sendai city.

Key Words: early deterioration, statistical deterioration prediction, sewer pipe, asset management

1. はじめに

アセットマネジメントでの主要なプロセスとして、施設の劣化過程の分析・予測がある。このうち調査・点検データに基づく統計的劣化予測手法は、構造・環境条件の異なる多数の施設を包括的に扱うことができ、平均寿命の推定や補修順位の決定等のマクロレベルでの施設の維持管理方針の決定に適している。しかし、多くの統計的劣化予測モデルでは、施設の維持管理者が想定する劣化過程とは異なる想定を用いている。多段階指数ハザードモデル¹⁾に代表される統計的劣化予測モデルの多くでは、全ての施設で建設終了直後から劣化が進行しうるとしたモデル化がなされている。しかし、施設管理者は、新規に建設した施設は、建設終了後しばらくは劣化が進行せず、その後劣化が進行するとの理想的な劣化過程を想定して維持管理計画を立てている。現実の施設の劣化過程はこの両者のどちらでもなく、地理環境に即した設計・施工がなされて建設終了後しばらくは劣化が進行しない施設群と、地理情報の不完備性等に起因して、建設直後から想定外に劣化が進行しうるとする（早期劣化する）施設群が混ざり合っていると考えられる（図 1）。

さらに早期劣化しない期間（最良状態維持期間）も管渠間でばらつきを持つ可能性がある。特に、本研究で扱う下水管渠は、地下構造物ゆえ、埋設地域の地理情報の獲得や埋設直後の劣化状態の確認が困難であり、早期劣化が発生している管渠が存在する可能性が高い²⁾。このような施設の劣化過程をモデル化する際には、早期劣化が生じている施設と生じていない施設で劣化が進行し始める時点が異なることを考慮してモデル化する必要がある。

以上の問題意識のもと、本研究では早期劣化の有無に応じた劣化過程の違いを考慮した統計的劣化過程モデルを提案する。そして、仙台市の下水管渠調査データを用いて実証分析を行い、管渠の早期劣化の有無を事後的に推定し、全施設数に対する早期劣化発生管渠の割合や、最良状態維持期間の分布を明らかにする。さらに、早期劣化が発生する管渠の特徴を、管渠の構造条件や埋設地域の地理情報（用途地域区分・表層地盤区分）を用いて考察し、管渠の埋設・更新後の維持管理に関する汎用的な知見を獲得することを試みる。

2. モデルの構築

(1) モデル化の前提条件

K 個の管渠が存在し、全ての管渠で埋設終了後のある 1 時点において調査が行われ、劣化状態が I 段階の離散的指標（健全度） $i(i=1,2,\dots,I)$ で評価されているとする。 i の値が大きいほど、劣化が進行していることを表しており、健全度 1 は劣化が全く進行していない状態、健全度 I は最悪な劣化状態を表す。ここで、最良状態維持期間内であることを表す仮想的な健全度 0 を新たに導入して、埋設終了時点では全ての管渠の健全度が 0 であ

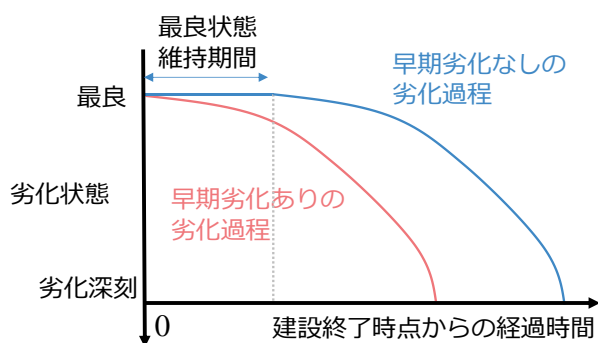


図 1 現実の施設の劣化過程

ると考える。健全度 0 が保たれる間は劣化が進行せず、1 に移行した瞬間から劣化が進行しうる。このとき、早期劣化する施設は健全度が 0 から 1 に瞬間的に移行すると考える。また、健全度 1 以降の劣化過程は早期劣化の有無に依らず同じであると仮定する。

(2) ハザード関数

管渠 k ($k = 1, 2, \dots, K$) の構造・環境条件を表す特性変数ベクトルを $\mathbf{x}^k (= (x_1^k, x_2^k, \dots, x_M^k))$ と定義する。ただし、1 番目の説明変数は定数項に該当する定数であり $x_1^k = 1$ である。また、管渠 k の早期劣化パラメータを e^k とする。 e^k は早期劣化の有無を表す変数であり、0 は早期劣化なし、1 は早期劣化ありを表す。管渠 k が早期劣化しない ($e^k = 0$) 場合の健全度 0 のハザード関数 $\lambda_{i,e}^k(y_{i,e}^k)$ はワイブル関数を用いて次のように定義する。

$$\lambda_{0,0}^k(y_0^k) = \alpha \{ \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) \} (y_0^k)^{\alpha-1} \quad (1)$$

α は加速度パラメータ、 $\boldsymbol{\beta}_i (= (\beta_{1,i,e}, \dots, \beta_{M,i,e}))$ は説明変数に対応するパラメータベクトル、 y_0^k は健全度 0 到達時点からの経過時間である。ハザード関数の定義から、早期劣化なしの場合の健全度 0 の寿命の確率密度関数 $f_i^k(y_i^k)$ と生存関数 $\tilde{F}_i^k(y_i^k)$ は次のように表せる。

$$f_{0,0}^k(y_0^k) = \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) \alpha (y_0^k)^{\alpha-1} \exp\{-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) (y_0^k)^\alpha\} \quad (2)$$

$$\tilde{F}_{0,0}^k(y_0^k) = \exp\{-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) (y_0^k)^\alpha\} \quad (3)$$

管渠 k が早期劣化する ($e^k = 1$) 場合の健全度 0 のハザード関数及び健全度 1 以降のハザード関数 $\lambda_{i,e}^k(y_i^k)$ は指数関数を用いて次のように定義する。

$$\lambda_{i,e}^k(y_i^k) = \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{i,e}^T) \quad (i = 0, 1, \dots, I-1) \quad (4)$$

ハザード関数の定義から、健全度 i の寿命の確率密度関数 $f_{i,e}^k(y_i^k)$ 及び生存関数 $\tilde{F}_{i,e}^k(y_i^k)$ は、以下のようになる。

$$f_{i,e}^k(y_i^k) = \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{i,e}^T) \cdot \exp(-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{i,e}^T) y_i) \quad (5)$$

$$\tilde{F}_{i,e}^k(y_i^k) = \exp(-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{i,e}^T) y_i) \quad (6)$$

なお、健全度 1 以降の劣化過程は早期劣化の有無で不変と仮定しているため、この場合は添え字 e を省略する。

(3) 状態推移確率

埋設終了時点から z^k 経過後に、健全度 i が観測される時の状態推移確率は以下のように定式化できる。

a) $i = 0$ の場合

状態推移確率 $\pi_{i,e}^k$ は、式(3)及び式(6)で表される健全度 0 の生存関数 $\tilde{F}_{0,e}^k(z^k)$ を用いて以下のように表せる。

$$\pi_{0,0}^k(z^k) = \tilde{F}_{0,0}^k(z^k) = \exp\{-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) (z^k)^\alpha\} \quad (7)$$

$$\pi_{0,1}^k(z^k) = \tilde{F}_{0,1}^k(z^k) = \exp\{-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,1}^T) z^k\} \quad (8)$$

b) $i \geq 1$ の場合

健全度が 0 から 1 に変化する時点を z_0^k ($0 \leq z_0^k \leq z^k$) とすると、状態推移確率 π_i^k は、経過時間 z_0 で健全度が 0

から 1 に推移する確率と、健全度 1 到達から時間 $(z^k - z_0^k)$ 経過で健全度 i が観測される確率の積で表せる。式(2)及び式(5)で表される健全度 0 の寿命の確率密度関数 $f_{0,e}^k(z_0^k)$ と多段階指数ハザードモデル¹⁾で求まるマルコフ推移確率 $p_{1,i}^k(z^k - z_0^k)$ を用いて、状態推移確率 $\pi_i^k(z^k)$ は以下のように表せる。

$$\begin{aligned} \pi_{i,0}^k(z^k) &= f_{0,0}^k(z_0^k) \cdot p_{1,i}^k(z^k - z_0^k) \\ &= \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) \alpha (z_0^k)^{\alpha-1} \\ &\quad \cdot \exp\{-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,0}^T) (z_0^k)^\alpha\} \cdot p_{1,i}^k(z^k - z_0^k) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \pi_{i,1}^k(z^k) &= f_{0,1}^k(z_0^k) \cdot p_{1,i}^k(z^k - z_0^k) \\ &= \exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,1}^T) \cdot \exp\{-\exp(\mathbf{x}^k \boldsymbol{\beta}_{0,1}^T) z_0^k\} \\ &\quad \cdot p_{1,i}^k(z^k - z_0^k) \end{aligned} \quad (10)$$

3. モデルの推定方法の概要

(1) 尤度関数

管渠 k について、埋設終了後から z^k 経過後の時点で調査が行われ、健全度 i ($i = 1, 2, \dots, I$) が観測される。管渠 k の調査データには、 z^k と、調査で観測された管渠の健全度 $\bar{h}(z^k)$ 、及び説明変数ベクトル $\bar{\mathbf{x}}^k$ が記載されている。ここで、調査時点で健全度が $\bar{h}(z^k) = 1$ と観測された管渠に着目する。本モデルでは仮想的な健全度 0 を導入しており、調査で健全度 1 と観測される状態は、モデル上では健全度 0 と健全度 1 のいずれかに相当し、区別はできないため、モデル上では潜在変数として取り扱う。管渠 k のモデル上での健全度 i^k は次式のようになる。

$$i^k = \begin{cases} j^k & (\bar{h}(z^k) = 1) \\ \bar{h}(z^k) & (\bar{h}(z^k) > 1) \end{cases} \quad (11)$$

$j^k \{k | \bar{h}(z^k) = 1\}$ は潜在変数であり、0 または 1 をとる。また、早期劣化の有無に関する情報 \bar{e}^k 、健全度が 0 から 1 に変化する時点 z_0^k は調査では観測されないため、潜在変数として扱う。(記号「 $\bar{\quad}$ 」は実測値であること、記号「 \sim 」は潜在変数値であることを意味する。) 調査時点における健全度と早期劣化パラメータに基づいて次のようにダミー変数 $\bar{\delta}_i^k$ と \bar{d}_e^k を設定する。

$$\bar{\delta}_i^k = \begin{cases} 1 & (\bar{h}^k(z^k) = i^k) \\ 0 & (\bar{h}^k(z^k) \neq i^k) \end{cases} \quad (12)$$

$$\bar{d}_e^k = \begin{cases} 1 & (\bar{e}^k = e) \\ 0 & (\bar{e}^k \neq e) \end{cases} \quad (13)$$

ダミー変数ベクトルを $\bar{\boldsymbol{\delta}}^k = (\bar{\delta}_0^k, \dots, \bar{\delta}_I^k)$ とする。管渠 k の調査データが有する情報集合を $\bar{\xi}^k = (i^k, z^k, \bar{\mathbf{x}}^k, \bar{\boldsymbol{\delta}}^k, \bar{d}_e^k, \bar{e}^k, z_0^k)$ 、全管渠の調査データが有する情報集合(調査データ集合)を $\bar{\Xi} = (\bar{\xi}^1, \bar{\xi}^2, \dots, \bar{\xi}^K)$ と表すと、提案モデルの推定問題は、パラメータベクトル $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ ($\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_{0,0}, \boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{I-1}) = (\boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1, \dots, \boldsymbol{\beta}_{I-1})$) を推定する問題となる。なお、早期劣化が発生する管渠は埋設終了直後から劣化が進行しうると考えるため、 $\boldsymbol{\beta}_{0,1}$ は

外的に大きな値を与えて推定は行わない。 θ に関する尤度関数 $\mathcal{L}(\theta|\bar{\mathbf{E}})$ は以下のように表せる。

$$\mathcal{L}(\theta|\bar{\mathbf{E}}) = \prod_{i=1}^I \prod_{e=0}^1 \prod_{k=1}^K \{\pi_{i,e}^k(\bar{z}^k, \bar{x}^k, \bar{e}^k, \bar{z}_0^k | \alpha, \beta)\}^{\delta_i^k \cdot a_e^k} \quad (14)$$

ただし、尤度関数中の $j^k, \bar{e}^k, \bar{z}_0^k$ は潜在変数である。

(2) マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いたベイズ推定

本研究では、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC法) を利用して、式(14)の尤度関数とパラメータの事前分布から未知パラメータ θ 及び潜在変数をベイズ推定によって求める。詳しい推定手順やパラメータの事前分布設定等については修士論文の本文を参照してほしい。

4. 実証分析

(1) 使用データの概要

仙台市が管理する下水管渠 (ヒューム管) の調査データに提案モデルを適用する。埋設終了後の一定期間経過後に行われた調査での損傷・不良の発生数が記されている。対象劣化項目を「破損・クラック」として、国土交通省の手引き書³⁾を参考に健全度を定義した。使用データの健全度 (実際に観測された健全度) の内訳を表1に示した。ハザード関数の説明変数候補として、管渠埋設場所上部の道路舗装を表す舗装ダミー変数 (1 重舗装, 0 軽舗装) を考える。

表1 調査時点での健全度毎のサンプル数

調査時点での観測健全度	サンプル数
1	1,360
2	1,203
3	1,508
4	272
合計	4,343

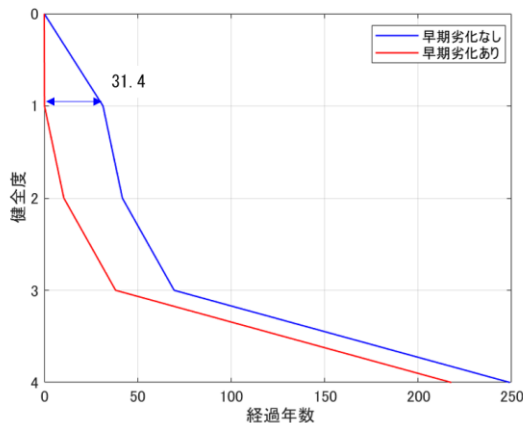


図2 早期劣化の有無ごとの期待劣化パス

(2) モデルの推定結果

パラメータ θ の推定結果を表2に示す。健全度2のハザード関数において、舗装ダミー変数に対応するパラメータが選択されたが、値は微小であり、ハザード関数に与える影響はほぼない。推定したパラメータから各健全度での期待寿命を求めて、図2に示した。なお、早期劣化なしの健全度0の期待寿命 (最良状態維持期間の期待値) は、解析的に求まらないためシミュレーションで求めた結果、31.4年と推定された。また、5年未満に補修措置をとるべきと紹介されている健全度3に到達する寿命を比較すると、早期劣化が発生する場合は、しない場合の0.55倍と約半減する。各管渠の早期劣化の有無は、十分な回数 MCMC 法によるサンプリングで推定された早期劣化パラメータ値 e^k の事後平均値 \bar{e}^k より判定できる。 $\bar{e}^k \geq 0.5$ ならば早期劣化が発生しているとすると、全体の38.2%にあたる1,660本の管渠で早期劣化が発生していると推定できる。

続いて、図2に早期劣化発生管渠の空間分布を示す。図の色は、管渠の早期劣化発生の有無を表しており、青は早期劣化なし、赤は早期劣化ありを示している。図より、例えば仙台市西部の郊外住宅地や臨海部の工業地域に早期劣化が発生している管渠が集中していることが見てとれる。

表2 パラメータ θ の推定結果

健全度 i		定数項 $\beta_{1,i}$	舗装 D $\beta_{2,i}$	加速度パラメータ α	期待寿命 [年]
0 (早期劣化なし)	事後平均値	-4.758		1.344	31.432
	信用区間 下限 5%	-5.115		1.250	
	信用区間 上限 5%	-4.412		1.432	
1	事後平均値	-2.338			10.362
	信用区間 下限 5%	-2.444			
	信用区間 上限 5%	-2.240			
2	事後平均値	-3.321	0.086		27.691
	信用区間 下限 5%	-3.380	-0.057		
	信用区間 上限 5%	-3.261	0.229		
3	事後平均値	-5.191			179.612
	信用区間 下限 5%	-5.368			
	信用区間 上限 5%	-5.015			

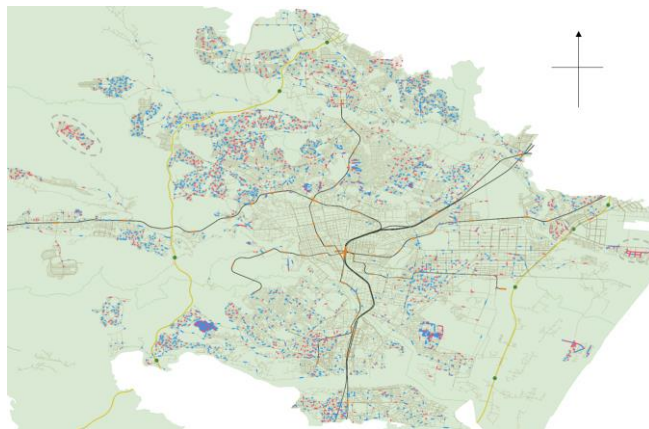


図 3 早期劣化発生管渠の空間分布

(3) ロジスティック回帰による早期劣化発生要因の考察

続いて、早期劣化が発生しやすい管渠の構造・地理条件を考察するために、早期劣化パラメータの事後平均値 $\hat{\theta}$ を目的変数としたロジスティック回帰分析を行う。説明変数として、管径（基準化）と、管渠埋設場所上部の用途地域を示す用途地域ダミー変数、埋設場所の表層地盤情報を示す表層地盤ダミー変数を用いる。有意水準を 5% として、AIC が最小になるように説明変数を選択し、説明変数のパラメータが有意水準を満たさない場合はそのパラメータを適宜削除して、説明変数を選択した結果、表 3 のような結果が得られた。表 3 より、管径の回帰係数は負であり、管径が大きくなるにつれて早期劣化発生確率は減少する。この理由としては、管径が大きくなるにつれ、同時に管の厚さも大きくなり、破損・クラックが生じにくくなるためだと考えられる。また、工業地域に埋設されている管渠は、その他の用途地域（基準）にある管渠に比べて早期劣化発生確率が約 1.8 倍と大幅に高くなる。工業地域の管渠では、設計時には想定していなかった外力等が作用している可能性があり、詳細な調査や設計耐力の見直しを行う必要が示唆されている。地盤条件については、7 種類の表層地盤ダミー変数の回帰係数が負になった。このうち、丘陵や砂礫質台地、扇状地は、岩石や砂礫層から構成されている。これらの地盤は粘土層よりなる地盤よりも透水性が高く、土の締固め不足による圧密沈下が起きにくい。逆に埋設直後の圧密沈下が早期劣化につながる事が推察される。その一方で、川沿いの狭い沖積低地である谷底低地や、軟弱な粘性土で構成される後背湿地といった表層地盤でも負の相関が表れるという直感に反する結果も見られる。これについては、劣化が進行しているサンプル数が少なく、早期劣化パラメータが過小に推定されたことが疑われる。谷底低地ダミーが 1 の管渠の平均経過年数は 26.6 年と最良状態維持期間（31.4 年）よりも短く、調査時点の健全度が 1 の管渠が全体の 60% を占めている。そのため、例

表 3 ロジスティック回帰分析結果

説明変数	回帰係数	p 値	オッズ比	オッズ比 90% 信用区間
定数	0.451	0.002	1.57	[1.174, 2.099]
管径	-3.367	<0.001	0.034	[0.011, 0.105]
工業地域 D	0.559	0.023	1.748	[1.08, 2.831]
丘陵 D	-0.589	<0.001	0.555	[0.437, 0.704]
砂礫質台地 D	-0.511	0.002	0.6	[0.436, 0.826]
ローム台地 D	-0.451	0.021	0.637	[0.435, 0.933]
谷底低地 D	-0.674	0.008	0.509	[0.309, 0.839]
扇状地 D	-0.341	0.025	0.711	[0.528, 0.958]
自然堤防 D	-0.412	0.012	0.662	[0.48, 0.914]
後背湿地 D	-0.468	0.008	0.627	[0.444, 0.885]

えば数年後に、同管渠群に調査を行い、本モデルで早期劣化パラメータを推定すると、早期劣化発生と判定される管渠が増え、回帰係数の正負が逆転した結果が得られる可能性がある。

5. おわりに

本研究では、下水管渠を対象に早期劣化の有無により劣化開始時点が異なることを考慮した統計的劣化過程モデルを構築した。破損・クラックという劣化項目を対象に実証分析を行った結果、早期劣化が生じなければ、31.4 年間は破損・クラックの劣化は進行しないと推定された。また、38.2% の管渠で早期劣化が発生し、ロジスティック回帰により早期劣化が発生しやすい地理環境が推定された。今後の研究課題として、劣化過程のモデル化精度の向上や下水管渠の力学的劣化メカニズムとの整合性の確保を目的とした、調査データが蓄積された段階での分析結果との比較や、早期劣化パラメータに力学的メカニズム事前情報を反映できるようモデルを改良することが求められる。

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集 No.801/I-73, pp.69-82, 2005.
- 2) 藤生和也: 布設工事直後のコンクリート下水管に係る劣化保有率の統計的推定, 下水道協会誌, Vol.54, No.658, pp.126-133, 2017.
- 3) 国土交通省: ストックマネジメント手法を踏まえた下水道長寿命化計画策定に関する手引き 参考資料 3 管路施設のストックマネジメント, 2013. https://www.mlit.go.jp/mizukokudo/sewage/crd_sewage_age_tk_000135.html (2021 年 1 月 25 日閲覧)

(2021年2月3日 提出)