年次費用平準化を考慮した社会基盤施設群の最適補修施策
Optimal Management Policies for Infrastructure Facilities Considering Annual Cost Leveling

福山 峻一 *
Shunichi Fukuyama

*地域計画学/被災地支援研究室（指導教員: 奥村誠 教授，研究指導教員: 水谷大二郎 助教)

社会基盤施設を長期的に維持管理するにあたり，ライフサイクル費用を最小化するような補修施策が有効とされている．一方で，有限個の施設に対してこの施策を採用すると，劣化過程の不確実性に起因して各年次の補修費用が過度に変動し，予算や受注機会の確保が困難となる可能性がある．そこで本研究では，数十程度の規模の施設群に対して，確率過程により施設群の劣化過程をモデル化し，i）ライフサイクル費用，ii）補修費用の変動，の重み付き和を最小化する最適補修施策の決定方法を提案する．さらに，同様の最適化問題において，厳密解の導出が困難である大規模施設群に対して，予防補修ルールを用いた近似解の導出方法を提案し，その有用性を分析する．

Key Words: *Cost leveling, Life cycle cost, Optimization, Dynamic Programming, Asset management*

1. はじめに

インフラマネジメントの研究分野では社会基盤施設の適切な維持管理を目的とし，施設の期待ライフサイクル費用を最小とする補修施策を求めるための方法論が蓄積されてきた．一方，有限個の社会基盤施設群を対象に，そのような補修施策を採用した場合，劣化過程の不確実性に起因して各年次の補修費用に変動が生じてしまう．補修費用及び補修工事件数の過度な変動は，管理者の予算や人材の確保を困難にするとともに，建設業者に対する受注機会の確保の観点からも好ましくない．そのため，実務ではそれらの変動を抑制する補修施策が好ましいとされ，確定的な劣化過程を想定した基礎的な研究が行われている[1)]．本研究では，数十程度の規模の施設群に対して，確率過程により施設群の劣化過程をモデル化し，i）ライフサイクル費用，ii）補修費用の変動，の重み付き和を目的関数として，最適補修施策を決定する手法を提案する．さらに，同様の最適化問題において，厳密解の導出が困難である大規模施設群に対して，予防補修ルールを用いた近似解の導出方法を提案し，その有用性を分析する．

2. 費用平準化を考慮した最適補修モデル

(1) 状態の定義と施設群の劣化・補修過程

N 個の施設が，同質かつ独立なマルコフ過程にそれぞれ従い劣化していくと考える．補修施策の適用開始時点を $t=0$ とし，無限時間まで続く時間間隔が一律の離散時間軸 $t=0,1,\cdots$ を定義する．離散的時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．また，この離散軸上の期間 $[t,t+1)$ を t 期と呼ぶ．単一施設の劣化状態は離散的な健全度 $i\,(i=1,2,\cdots,I)$ で表現し，i の値が大きくなるにつれて劣化が進展しているものとする．また，N 個の施設を擁する施設群の状態は，ある時点 t において健全度 i をとる施設数 n_i^t を用いて，ベクトル $\boldsymbol{n}^t=(n_1^t,\cdots,n_i^t)$ として定義する．このとき，$\sum_i n_i^t = N$ である．また，N 個の施設において劣化・補修が繰り返される際に発生しうる状態 $\boldsymbol{n}^t$ の全てのパターンを収納する集合を $\boldsymbol{N}$ と表現し，集合 $\boldsymbol{N}$ の個々の要素を $\boldsymbol{n}_s\,(s=1,\cdots,S)$ と表すこととする．s を要素番号と呼ぶ．

ある期の期首に，点検により施設群の状態が観測され，その情報に基づき，補修施策（どの健全度の施設をどれだけ補修するか）を決定する．なお，健全度 $i=I$ が観測された施設に対しては，施設が使用限界に達しているとみなし，健全度を 1 に回復させる補修を必ず実施し，健全度 1 に対しては補修は行わない．また，その他の健全度に対しては，健全度を 1 段階回復させる補修工法が利用可能であるとする．

時点 t の補修後の状態 $\boldsymbol{n}_s$ から時点 $t+1$ の補修前の状態 $\boldsymbol{n}_r$ へのマルコフ推移確率を $p_{s,r}$ と表す．全ての (s,r) の組み合わせについて $p_{s,r}$ を求めるとマルコフ推移行列 $\boldsymbol{P}$ が定義できる．次に，補修施策 $d\,(d=1,\cdots,D)$ を採用した際の状態 $\boldsymbol{n}_s$ の推移後（補修施策実施後）の状態の要素番号を ψ_s^d とし，全状態の推移をベクトル $\boldsymbol{\psi}^d=(\psi_1^d,\cdots,\psi_S^d)$ によって定義する．全ての d において発生しうる $\boldsymbol{\psi}^d$ の全てのパターンを収納する集合を $\boldsymbol{\Psi}$ とし，$\boldsymbol{\psi}^d$ によって生じる施設群の状態の推移を以下のように定義する．

$$\tilde{q}_{s,r}^d = \begin{cases} 1 & \psi_s^d = r \\ 0 & otherwise \end{cases} \tag{1}$$

全ての組み合わせ (s,r) について $\tilde{q}_{s,r}^d$ を求めて整理すると補修による状態間の推移行列 $\tilde{\boldsymbol{Q}}^d$ が定義できる．また，時点 t における補修前の各状態の生起確率ベクトルを $\boldsymbol{\mu}_t^d$ とすると，$\boldsymbol{\mu}_t^d=\boldsymbol{\mu}_{t-1}^d\tilde{\boldsymbol{Q}}^d\boldsymbol{P}$ と表すことができるため，定常状態における各状態の生起確率ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\mu}}^d=(\tilde{\mu}_1^d,\cdots,\tilde{\mu}_S^d)$ が求まる．

(2) 目的関数

補修施策 d 下での状態 $\boldsymbol{n}_s$ に対する補修費用を C_s^d とすると，単年次期待費用と単年次費用分散は以下となる．

$$E_d = \sum_s C_s^d \tilde{\mu}_s^d \tag{2}$$

$$V_d = \sum_s \left(C_s^d - E_d\right)^2 \tilde{\mu}_s^d \tag{3}$$

この 2 つの値を評価指標とし，補修施策の最適化を考える．i）単年次に発生する補修費用，ii）補修施策を適用した際の単年次期待費用と i）との距離の 2 乗，の 2 つの項目に対し，パラメータ $\varepsilon\,(0\leq\varepsilon\leq 1)$ を用いた重

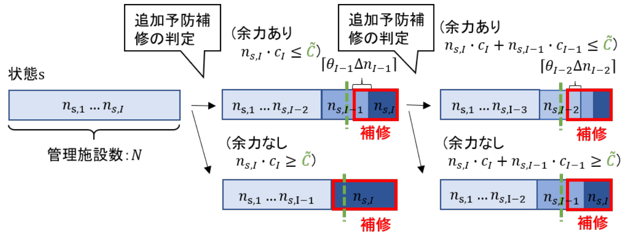

図-1 予防補修ルールの概略

み付き和の，$t = 0$ から時点 T までの現在価値の足し合わせを価値関数（目的関数）とする．t から T までの計画期間での残りの期間における価値関数を最小化する，時点 t での最適補修施策は，動的計画法に基づき以下のベルマン方程式を満たす解として求められる．なお，γ は割引率である．

$$K^t(s) = (1-\varepsilon)C_s^d + \varepsilon\left(C_s^d - E_d\right)^2 + \frac{1}{1+\gamma}\sum_{r\in S}\sum_{q\in S}\tilde{q}_{s,q}^d p_{q,r} K^{t+1}(r) \tag{4}$$

上式に対し，厳密解への収束が保証されている政策反復法を用いて最適補修施策 $d^*(\varepsilon)$ を算出する

3. 大規模施設群に対する近似解

(1) 組み合わせ爆発

2. の最適補修モデルを大規模施設群に適用する場合，発生しうる状態の組み合わせが膨大となり厳密解の導出が困難となる．それに対して，解空間を縮小して近似解を求めることが考えられる．また，最適化が可能な小規模な施設群においても，厳密解ではなく，統一されたルールの下で作成された簡便な補修施策が実務上好まれる可能性がある．これらの理由から，本研究では，予防補修を用いたルールによる最適補修施策の近似解の導出方法を併せて提案する．

(2) 予防補修ルールによる近似解

まず，状態を複数のグループに分割する．グループごとに操作変数 $(\varphi, \theta_{I-1}, \cdots, \theta_2)$ を設定し，以下のルールを用いて状態ごとの補修施策を決定する．

単年次に許容できる補修費用の上限値を $\tilde{C}$ とする．$\tilde{C}$ は，期待ライフサイクル費用最小化となる $d^*(0)$ を実施した際の定常状態での状態の生起確率ベクトル $\tilde{\boldsymbol{\nu}} = (\tilde{\nu}_1, \cdots, \tilde{\nu}_S)$，操作変数 φ を用いて式 (5) で設定する．

$$\tilde{C} = \varphi \sum_s C_s^{d^*(0)} \tilde{\nu}_s \tag{5}$$

健全度 i に対する補修単価を c_i とし，ある t 期において観測された健全度 I の施設数 n_I^t を補修する費用 $n_I^t c_I$ が上限値 $\tilde{C}$ を下回る場合，追加で健全度 $I-1, \cdots, 2$ の施設もある程度補修するものとする．例えば，**図-1** で余力あり $(n_I^t c_I \le \tilde{C})$ と判断される場合において，余剰予算 $\Delta\tilde{C}_{I-1}$ で補修できる健全度 $I-1$ の施設の $100 \times \theta_{I-1}$ $(0 \le \theta_{I-1} \le 1)$ パーセントを予防補修する．これを，健全度 $i = I-1, \cdots, 2$ と繰り返し，予防補修を行う施設を決定する．各値の算出式は以下に示す．なお，$\lceil \cdot \rceil$ は天井関数である．

$$\Delta\tilde{C}_i = \tilde{C} - \sum_{j=0}^{I-i-1} \tilde{n}_{I-j}^t c_{I-j} \qquad (2 \le i \le I-1) \tag{6}$$

$$\Delta n_i^t = \frac{\Delta\tilde{C}_i}{c_i} \qquad (2 \le i \le I-1) \tag{7}$$

$$\tilde{n}_i^t = \lceil \theta_i \Delta n_i^t \rceil \qquad (2 \le i \le I-1) \tag{8}$$

以上の計算を個々のグループに対して行うことで補修施策が決定される．また，その補修施策を用いた際の単年次期待費用と単年次費用分散がパレート解となるような操作変数 $\varphi, \theta_{I-1}, \cdots, \theta_2$ の集合を予防補修ルールにおける解集合とする．

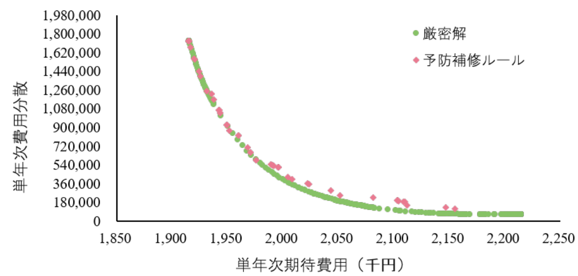

図-2 厳密解 vs. 予防補修ルール（$N = 20$）

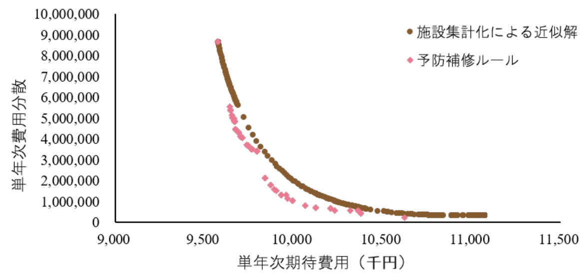

図-3 施設集計化による近似解 vs. 予防補修ルール（$N = 100$）

4. 数値計算例

実在施設を想定し，施設数 $N = 20$ と $N = 100$ のケースで，最適補修施策と予防補修ルールの比較を行った．$N = 100$ の場合，状態数が膨大となり厳密解が導出できないため，施設数を 5 施設 1 単位に集計化し，$N = 20$ で算出した最適補修施策を適用（施設集計化による近似解）した．予防補修ルールでは，グループを 2 分割（全てのグルーピングパターンから最適なパターンを選定）して補修施策を作成し，計算期間 3,000 年，反復回数 10,000 回のシミュレーションを用いて単年次期待費用と単年次費用分散を算出し，パレート解を導出した．

$N = 20$ の場合，単年次期待費用と単年次費用分散のトレードオフ関係を示すパレートフロンティアが**図-2** のように得られた．この結果は，追加的な費用の投入により平準化が実現されることを表しているが，単年次費用分散を過度に制約することが費用低減を阻害してしまう可能性も示唆している．また，予防補修ルールを用いた近似解が，厳密解のパレートフロンティア近傍に位置していることも確認できる．$N = 100$ の大規模施設群の場合，**図-3** に示すように，施設集計化による近似解より，予防補修ルールの方が優れた解が導出された．

5. おわりに

本研究では，有限個の社会基盤施設群に対して，確率的な劣化過程の下でライフサイクル費用と補修費用の変動を目的関数に加えた最適化手法を提案し，単年次期待費用と単年次費用分散の間のトレードオフ関係を定量化した．また，予防補修ルールを用いた近似解によって，予防補修による平準化の可能性を示した．今後の課題として，状態間の推移確率算出の効率化と，平準化による便益の定量化があげられる．

参考文献

1) Yoon, Y., Hastak, M. and Cho, K.: Method for generating multiple MRR solutions for application in cost-leveling models, *Journal of Infrastructure Systems*, Vol.23, Issue 3, 04016045, 2017.

(提出日： 2021 年 2 月 8 日)