

Economic Evaluation of “Super Flexible Work Hours” on Railway Commuting

吉村充功*・奥村 誠**

Mitsunori YOSHIMURA and Makoto OKUMURA

Recently, “Super flexible work hours (SFWH)” is introduced in order to reduce the peak of demand, as one of the transportation demand management measures. However, for business activities, the SFWH would decrease temporal agglomeration effect on productivities. Commuters choose their home departure time and work start time considering the trade-off between congestion and income from the production. This study formulates an optimal control problem on the SFWH policies for railway commuting in a metropolitan area. Numerical simulations show that the SFWH policies are still effective in term of utility after subtraction of the loss in temporal agglomeration effect, because they save schedule cost and working tiredness.

Keywords : Work Start Time Choice, Temporal Agglomeration Economies, Optimal Control

始業時刻選択、時間的集積の経済性、最適制御

1. はじめに

大都市圏では鉄道システムが通勤輸送サービスの主たる供給手段となっている。近年、通勤時における混雑度は幾分改善されたとはいえ、施設整備による輸送力の増強には限界があり、依然として高水準にある。そのため、ハードな施設整備を行わず、通勤需要の発生時刻を平準化することにより混雑度を緩和しようとする TDM 施策が着目されている。最近では、その中でも 1 日あたりの労働時間を従業者が自由に決定できる、柔軟な変形労働時間制度の適用がなされ、その通勤混雑緩和への効果が期待されている。本研究では労働時間が一定である「フレックスタイム」と区別するため、この制度を「スーパーフレックス」制度と呼ぶ。

しかしながら、スーパーフレックス制度は従業者が始業・終業時刻を自由に変更できるため、業務上関連のある従業者・企業の労働時間帯との間にずれを生じ、業務活動の効率を低下させるおそれがある。そのことが、制度の導入が進まない理由となってきた。

本研究では、始業・終業時刻を変更することによる業務活動の効率低下の影響を考慮したスーパーフレックス制度の経済評価を試みる。そのため、大都市圏の鉄道通勤を念頭に、通勤者や鉄道企業、一般企業、交通管理者の行動を定式化し、スーパーフレックス制度の導入によるこれらの行動パターンの変化を分析できる理論的なモデルを構築する。

以下、2. では鉄道通勤におけるスーパーフレックス制度の分析方法を述べる。3. では主体の行動を定式化する。4. では定式化したモデルを用いてスーパーフレックス制

度下の労働時間帯分布を分析する。さらに、求解されたモデルの数値計算により、スーパーフレックス制度の経済評価を行った結果を述べる。5. は結論であり、総括と今後の課題を述べる。

2. スーパーフレックス制度の分析方法

(1) TDM 施策の問題と理論的研究の概要

1990 年代に入り、交通混雑問題の解決策として、フレックスタイムや時差出勤をはじめとする TDM 施策が注目されるようになり、その導入が期待されている。しかし、これらのソフトな施策のもたらす経済効果についての理論的な研究はあまり多くないのが現状である。そのため、各地において試行的に施策を導入して、実施上の問題点や効果を明らかにしようとする社会実験が行われるようになり、その成果が学会などで発表されるようになってきている¹⁾。これらの実験により、渋滞緩和に大きな効果があることが確かめられている。しかしながら、制度を導入すると生活リズムが合わなくなるという従業者サイドの問題のほかに、業務上の効率の低下に対する企業の経営上の心配が多く、企業が始業時刻を変更することに同意しないという問題点があると報告されている。実際、変形労働時間制を採用している企業の割合は平成 10 年現在 54.8%と約半数であり、フレックスタイム制度に限っては 5.1%とほとんど浸透していない²⁾。したがって、これらの制度を分析する上では企業の業務に与える影響を明らかにし、それを上回るだけの交通混雑緩和効果があることを示す必要があると考える。

企業の生産活動は、他の企業と地理的に近いことによ

* 正会員 広島大学大学院工学研究科 (Hiroshima Univ.)

** 正会員 広島大学工学部第四類 (建設系) (Hiroshima Univ.)

り「集積の経済性」を受けると言われているが、これと同様のことが時間的な重なりについても存在すると考える。すなわち、業務上、他の企業への問い合わせを行う場合、相手方が業務中でなければその場で用件を済ませることができず、時間をかけて問い合わせをし直すといったことが生じる。このことから、都市の業務活動には互いに労働時間帯の一致性を高めようとする「時間的集積の経済性」が存在している。個々の企業が制度を導入するかどうかは、この時間的集積の経済性の大きさに依存する。

フレックスタイム制度に関連して「時間的集積の経済性」の効果を明示的に初めて言及したのは Henderson である。Henderson は都市において1つの企業のみが存在すると仮定し、フレックスタイム制度下での従業員の通勤時刻選択行動を分析し、時間的集積の経済性の高い職種に従業者はピーク時に通勤し、そうでない従業者はその前後に分散するという興味深い結果を示している³⁾。しかし、この研究では交通混雑関数に工学的な基礎が乏しく、実証性に問題があった。

文らはこの点を改良した上で、フレックスタイム制度下の従業員の通勤時刻選択行動を分析するとともに、その下で固定始業時刻制度をとる企業とフレックスタイム制度をとる企業の利潤を比較し、フレックスタイム制度導入に関するインセンティブの分析を行っている⁴⁾。その結果、フレックスタイム制度には「ロックイン」効果が存在するために、導入する企業数が自動的に増すことが期待できないことを示した。

上述した研究はいずれも自動車交通を対象にしており、大都市圏域の主たる通勤手段である鉄道システムにおいては適用できない。小林らは鉄道通勤需要の時間的な分散を目的とする交通需要管理施策の効果を分析するため、通勤サービス市場が時間的に差別化された市場を形成していることに着目した。そこで、通勤者と鉄道企業の両者の行動を明示的に考慮した均衡論的モデルを開発し、最適制御理論を応用して市場の効率性の分析を行った⁵⁾。さらに、上記の理論モデルを始業時刻が複数個設定されているケースに拡張し、時差始業下の鉄道市場の均衡解と社会的厚生最適解を明らかにした⁶⁾。

以上の分析は時間的に離散的な始業時刻のケースの分析であり、本研究で扱うスーパーフレックス制度のように、時間的に連続な始業時刻の設定が可能である場合には適用できない。そこで、本研究では小林らの均衡論的モデルをベースとして、スーパーフレックス制度の効果を分析できる理論モデルの構築を行う。

(2) 鉄道通勤輸送の問題設定

本研究では、1本の鉄道によって結ばれているベッドタウンと都心からなる都市を考える。この都市の全通勤者

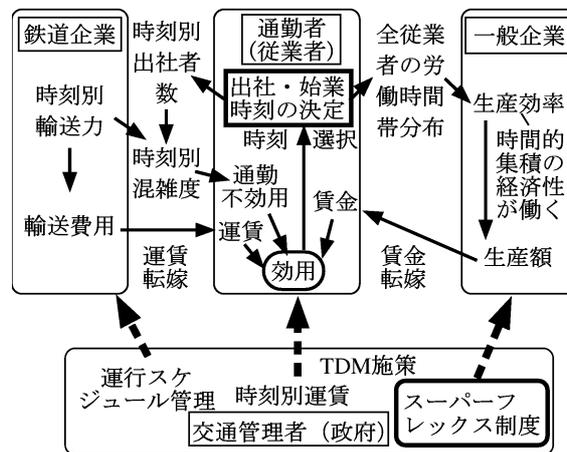


図-1 鉄道通勤輸送問題の構造

はベッドタウンに住み、勤務地である都心に鉄道を用いて通勤している。この都市は外部とは遮断されており、外部からの通勤者の流入はないと仮定する。つまり、通勤需要は総通勤者数である N (人) に固定されている。

通勤者の通勤・帰宅に要する時間は、時刻にかかわらず、それぞれ一定時間であると仮定する。また、自宅からベッドタウンの中心駅までのアクセス時間、都心の中心駅から勤務地までのイグレス時間は十分に短く無視できるものとする。

鉄道による通勤輸送問題に関わる主体として、1) 鉄道企業、2) 通勤(従業員)者、3) 一般企業、4) 交通管理者(政府)が挙げられる(図-1)。

鉄道通勤輸送サービス市場では、異なった時刻の通勤需要に対して異なる輸送力が供給される。このとき、各時刻における通勤需要と輸送力の関係により、列車の混雑度が決定される。通勤者は自らの始業時刻を念頭に置き、鉄道企業が供給する輸送力に対して各自の効用を最大にするように自宅出発時刻を選択する。一方、鉄道企業は輸送にかかった費用を利用者に運賃の形で完全に転嫁することが許されていると仮定する。同時に、鉄道企業の運行スケジュールの設定においては、交通管理者である政府の認可が必要であるとする。政府は、1日の全通勤者の効用、すなわち、「社会的厚生水準」を最大化するような運行スケジュールを計算し、鉄道企業にそれを実行させると仮定する。

一般企業がスーパーフレックス制度を導入し、実際に従業員が始業・終業時刻の変更を行えば、自社内の他の従業員、都市内の関連企業の労働時間帯とのずれを招くため、生産性が低下する。本研究では労働市場が完全競争的であると仮定する。このとき、スーパーフレックス制度を導入して従業員に楽な通勤条件を提示できる企業は、その分賃金が安くても従業員を集めることができる。労働市場の裁定により、従業員の賃金はその企業の1人あたりの生産額に等しく設定される。従業員は自らの効

用が最大になるように入社・始業・終業・退社時刻を決定する。このような行動の集積の結果、都市における全通勤者の入社・始業・終業・退社時刻の分布が定まる（利用者均衡）。しかし、通勤・帰宅における混雑の外部不経済性と労働時間が持つ外部不経済の存在のため、このような入社・始業・終業・退社時刻パターンは社会的にみれば最適な状態ではない。そこで、政府は社会的厚生水準を最大にできるような望ましい入社・始業・終業・退社時刻のパターンを考える（システム最適）。そして、このパターンが実現されるような施策を実施し、時刻分布を誘導する。もちろん、実際取りうる政策手段は限られており、システム最適が実現する可能性は低い。むしろ、いかなる施策を行ったとしてもそれ以上の社会的厚生水準が得られないことから、システム最適解は制度の効果の最大値を与えるという意義を持つ。

(3) スーパーフレックス制度の問題設定

スーパーフレックス制度下では、1日ごとの労働時間の長さが制限されないので、各通勤者は始業時刻と独立に最適な終業時刻を決めることができる。ここでは労働時間が十分に長く、全員が労働する時間帯 $[T_2, T_3]$ が存在し、最遅始業時刻は最遅入社時刻 T_2 に等しく、最早終業時刻は最早退社時刻 T_3 に等しいと仮定する。

実際のスーパーフレックス制度では一定期間の規定労働時間が定められているが、コアタイム $[T_2, T_3]$ を適宜設定することにより、この規定労働時間の条件を達成させることができる。そこで、ここでは $[T_2, T_3]$ が与えられた下での1日の時刻選択行動に着目する。この選択行動は、出勤時と帰宅時の時刻決定問題に分解できるので、以下では前者に着目してモデルの展開を行う。

3. 鉄道通勤サービス市場と一般企業の生産活動

(1) 通勤者の出勤不効用の定式化

時刻 t に都心に到着する通勤者の出勤による部分不効用 $U(t)$ を、次式のように列車の混雑度と自宅を早く出発することによるスケジュールコストの和により定義する。

$$U(t) = -(s(t))^\eta - c(T_2 - t) \quad (1)$$

ここで、 $s(t)$ は時刻 t に都心に到着する列車の混雑度を表し、正数である。 η は混雑度に関する弾力値であり、正の定数である。 $c > 0$ (円/分) は自宅出発時刻が早いことに関するスケジュールコストの勾配を表す。つまり、 c は時間価値を示す。スケジュールコストは最遅入社時刻 T_2 を基準に計測する。

(2) 鉄道企業の輸送力供給の定式化

時点 t に都心に到着する通勤者に対して供給される輸送力を単位時間当りの通勤者数を用いて $u(t)$ (人/分) と表

す。本研究では議論を単純化するため、高密度で運行されている路線を想定し、輸送力を時間軸上の連続関数として扱う。時刻 t 以前に都心に到着する累積通勤者数の割合を $m(t)$ とすると、次式が成立する。

$$\dot{m}(t)N = s(t)u(t) \quad (2)$$

ただし、時刻別通勤者率 $\dot{m}(t) = dm(t)/dt$ である。

ハードな施設整備が困難なために、スーパーフレックス制度の導入が検討されていることを踏まえ、ここでは鉄道施設の水準を一定として、短期的な運行費用のみを考える。鉄道企業の出勤時間帯の運行費用を各時点ごとの輸送力 $u(t)$ に対応する費用を積み上げたものと仮定する。よって、費用関数 TRC を次式により定義する。

$$TRC = \int_{T_0}^{T_2} \zeta (u(t))^\iota dt \quad (3)$$

ここで、 ι は費用関数の弾力値で、 $\iota > 1$ の定数であると仮定する。 ζ は輸送費用の比例係数で、正の定数である。また、 T_0 は最早入社時刻を表す。

鉄道の運賃は総括原価方式に従い、時間帯にかかわらず一定の運賃を設定していると仮定する。そのため、各通勤者の通勤にかかる運賃 RC は次式で表される。

$$RC = TRC/N \quad (4)$$

(3) 一般企業の生産活動の定式化

すべての一般企業は都心に立地する労働者管理企業であり、労働力のみを投入し、ニュメレール財を生産する。つまり、従業員1人あたりの生産額がそのままその従業員の賃金として分配されると仮定する。ここでは都市内のすべての一般企業は相互に関連があり、業務活動における時間的集積の経済性が働くと仮定する。1従業員あたりの各時刻における瞬間的な生産額は、以下のようにその時刻において都市内で労働している従業員数を取り入れた瞬間的な生産関数によって定義できる。

$$A(n(t)N)^\alpha, \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (5)$$

ただし、 $n(t)$ は時刻 t に業務を行っている従業員数の比率を表す。 A は各一般企業の技術水準を表すパラメータであり、1つの都市内では一定値をとるとする。 α は時間的集積の経済性の大きさを表すパラメータであり、自動車製造・鉄鋼産業のような装置依存型の産業では大きく、コンサルタント業・学術研究機関のような知識集積型産業などでは小さい値となる。

ここで、時刻別始業者数 $\dot{n}(t)N$ を次式のように $k(t)$ と定義する。

$$\dot{n}(t)N \equiv k(t) \quad (6)$$

時刻 t に始業する 1 従業者あたりの時刻 T_2 までの生産額 $Y(t)$ は次式で表される。

$$Y(t) = \int_t^{T_2} A(n(\tau)N)^\alpha d\tau \quad t \in [T_1, T_2] \quad (7)$$

ここで、 T_1 は最早始業時刻である。

時刻 T_2 までの賃金である $Y(t)$ は α が大きい場合には自分の労働時間帯に、より多くの従業者が労働している方が高くなる。一方、 α が小さい場合には時間集積の効果が小さく、他の従業者が労働していなくともあまり変わらない水準の賃金が得られる。

また、長時間労働することによる疲労の不効用 $E(t)$ を時刻 T_2 を基準にして次式で定義する。

$$E(t) = -e(T_2 - t) \quad (8)$$

(4) 社会的厚生水準の定式化

政府は「一般企業の生産性を著しく損なうことなく、鉄道通勤による混雑を緩和したい」と考える。つまり、政府の目的はすべての一般企業の総生産額と通勤者の鉄道通勤による不効用、鉄道企業の輸送費用の和である「社会的厚生水準」を最大にすることにある。社会的厚生水準 SW は次式により定義できる。

$$SW = \int_{T_0}^{T_2} [\dot{m}(t)NU(t) - \zeta u(t)^t + \dot{n}(t)N\{Y(t) + E(t)\}] dt \quad (9)$$

ここで、式 (9) の右辺第 1 項は総出勤不効用、第 2 項は総出勤輸送費用、第 3 項は総生産額 (= 総賃金)、第 4 項は総労働疲労不効用を表す。

4. スーパーフレックス制度下の労働時間帯分布

(1) 利用者均衡下の労働時間帯分布の分析

鉄道企業の時間帯ごとの運行頻度、つまり、時刻別輸送力は交通管理者である政府によって規制されているが、通勤者の自由な行動が許されているケース (利用者均衡) を考える。

通勤者 i が最終的に享受する出勤時の効用 $W(i)$ は以下のように表すことができる。

$$W(i) = Y(n^{-1}(i)) + E(n^{-1}(i)) + U(m^{-1}(i)) - RC \quad (10)$$

ここで、 $n^{-1}(i), m^{-1}(i)$ はそれぞれ $t_1 = n^{-1}(i), t_2 = m^{-1}(i)$ であり、 $n(t_1), m(t_2)$ の逆関数である。

各通勤者の行動は制約されていないことから、その通勤者にとって有利な状況、すなわち、 $W(i)$ の値が大きくなるように入社・始業時刻を設定する。そのため、裁定条件より、均衡状態においては各通勤者の効用は等しくなり、以下の条件を満足する。

$$W(i) = const. \quad (11)$$

政府は等効用条件 (11) を満たすもののうち、通勤者の効用の総和が最大になるような鉄道の運行スケジュールを計算し、それに従って鉄道企業は輸送力の供給を行う。このような運行スケジュールと労働時間帯分布を求める問題は等効用条件 (11) を制約条件に持ち、 $u(t), k(t)$ を制御変数とする社会的厚生水準 SW の最適決定問題として、以下のように定式化できる。

$$\max_{u(t), k(t)} SW = \int_{T_0}^{T_2} [\dot{m}(t)NU(t) - \zeta u(t)^t + \dot{n}(t)N\{Y(t) + E(t)\}] dt \quad (12a)$$

$$s.t. \quad \dot{m}(t) = s(t)u(t)/N \quad (12b)$$

$$\dot{n}(t) = k(t)/N \quad (12c)$$

$$\dot{Y}(t) = \begin{cases} -A(n(t)N)^\alpha & \text{if } (T_1 \leq t \leq T_2) \cap (\dot{n}(t) \neq 0) \\ 0 & \text{if } (T_0 \leq t < T_1) \cup (\dot{n}(t) = 0) \end{cases} \quad (12d)$$

$$W(i) = const. \quad (12e)$$

$$h_1(t) \equiv -n(t) \leq 0 \quad (12f)$$

$$h_2(t) \equiv n(t) - m(t) \leq 0 \quad (12g)$$

$$h_3(t) \equiv m(t) - 1 \leq 0 \quad (12h)$$

ここで、(12b)-(12e) は状態変数 $x(t) = (m(t), n(t), Y(t), s(t))$ の状態拘束を表す。(12f)-(12h) は $x(t)$ の状態制約条件を表し、物理的可能条件である。

最適制御理論⁷⁾を用いてモデルの求解を行う (解は付録 I 参照) と、 $t \in [T_0, T_2]$ における最適軌道 $x = x^o$ は、a) 全員が一斉始業を行う、b) 全員がスーパーフレックスを行う、c) スーパーフレックスと一斉始業が混在、の 3 つのパターンに分類される (図-2)。ただし、ここでの一斉始業は全通勤者がスーパーフレックス制度を活用した結果、自主的に特定の時刻に集積し、見かけ上一斉始業となっていることに注意が必要である。

(2) システム最適下の労働時間帯分布の分析

前節での鉄道企業の規制に加え、時刻別運賃といったシステム、あるいは始業時刻別に差別化された事業所税の制度を導入することにより、政府の目的である社会的厚生水準 SW を最大にすること (システム最適) を考える。

これらの手段により通勤者の効用の不均等は事後的に調整され、結果として効用が均等化されるので、等効用条件 (12e) を無視して最適化を行うことができる。先の問題に比べ、少ない制約条件の下で同一の評価関数 (12a) を最大にすることから、本問題の解は先の利用者均衡解より劣ることはない。

このような運行スケジュールと労働時間帯分布を求める問題は、前節のモデルに等効用条件 (12e) を含めず、混雑度 $s(t)$ を制御変数に追加することで定式化できる (解は付録 II 参照)。

本モデルの最適軌道のパターンは、先のモデルと同様

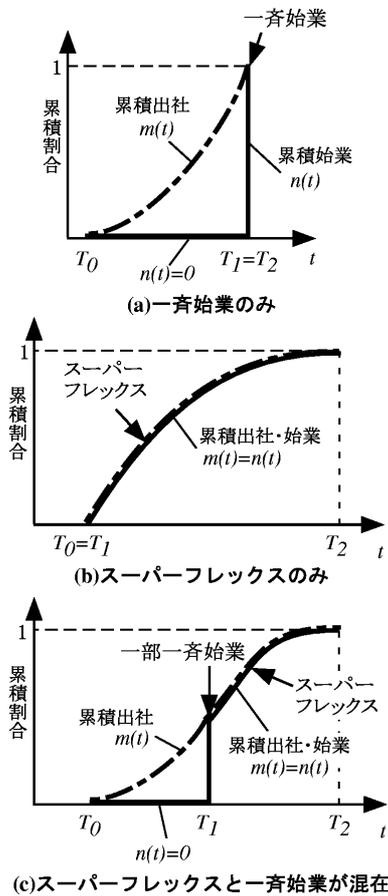


図-2 最適軌道のパターン

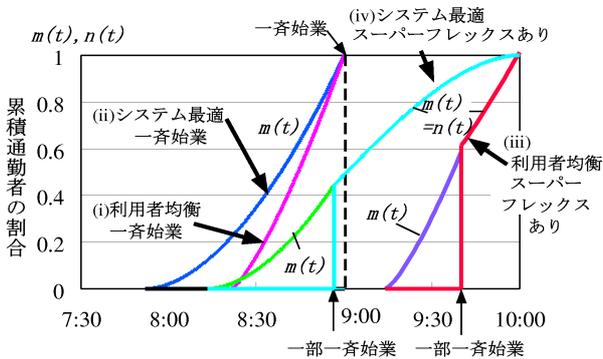


図-3 各ケースの出勤・始業時刻分布

に図-2 に示す 3 つのパターンに分類される。

(3) スーパーフレックス制度の経済評価

全通勤者の始業・終業時刻が一律に決められている状況 (ケース i, ii) (始業 9:00, 終業 17:30, 実労働時間 450 分) を基準として、コアタイムを 10:00-16:30 とするスーパーフレックス制度 (ケース iii, iv) の効果を 1 通勤者あたりの 1 日の平均効用を用いて評価する。各変数の値を $\eta = 4.5$, $\iota = 3.1$, $\zeta = 0.0008$ (円/分), $c = 20$ (円/分), $e = 20$ (円/分), $N = 50,000$ (人), $\alpha = 0.3$, A はケース i or ii のときの 1 通勤者あたりの 1 日賃金が 20,000(円) になるように設定した。

数値計算の結果、図-3 のケース i のように、利用者均衡下では一斉始業時刻 9:00 の約 40 分前から出社が始まる。

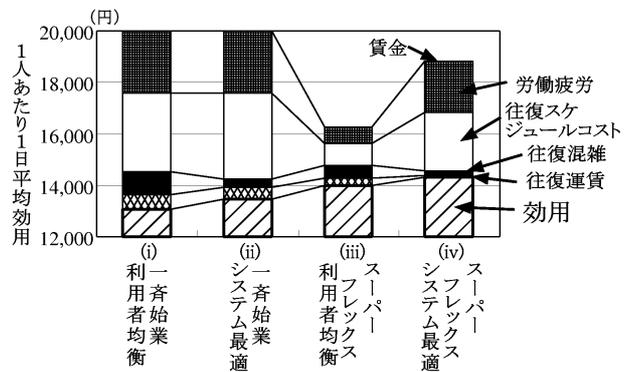


図-4 項目別効用の比較

スーパーフレックス制度を導入すると、6 割の通勤者が 9:40 に一斉始業し、残りの 4 割がそれ以降に連続的に始業するスーパーフレックスのパターンが現れる (ケース iii)。このとき、出勤時間帯の幅は 10 分程度長くなり、 $m(t)$ の傾きの関数である混雑度は若干減少する。また、全員の労働時間が短くなる。システム最適下では一斉始業のみ (ケース ii)、スーパーフレックス制度あり (ケース iv) と、利用者均衡下のそれらに比べ出勤時間帯が長くなり、混雑度が大幅に減少する。ケース iv では 4 割の従業員が一斉に始業するが、その時刻は 9:00 よりも早くなる。

帰宅時も同様の意志決定を行うと仮定し、1 人あたりの 1 日平均効用を求めた。効用は賃金から労働疲労、往復のスケジュールコスト、混雑の不効用、運賃を差し引いたものである。そこで、効用を各成分ごとに分別して比較したものが図-4 である。この計算例では、利用者均衡下一斉始業の場合 (ケース i) と比較して、制度を導入 (ケース iii) すれば時間的集積の効果が小さくなり、賃金は減少するが、スケジュールコストと労働疲労の不効用が賃金の減少分以上に小さくなるため、効用は大きくなる。また、混雑は軽減されるが、一斉始業の下でシステム最適にする場合 (ケース ii) よりも大きな混雑が残る。ただし、システム最適下でさらにスーパーフレックス制度を導入 (ケース iv) すれば、混雑は大きく減少し、その不効用は最小となる。結果として最も大きい効用が得られる。

5. おわりに

本研究では、大都市圏の鉄道通勤に対する「スーパーフレックス」制度の理論的な分析方法を提案し、その経済評価を実施した。その結果、企業の生産効率の低下を考慮してもスーパーフレックス制度の効果があることを確認した。

本研究の課題として、都市の時間的集積の経済性の大きさを単一であると仮定した。しかし、実際には都市内には複数の職種の企業が多数存在している。今後は複数の産業構造を持つ都市における制度の分析をする必要が

あと考える。

付録 I. 利用者均衡モデルの解

4.(1) で定式化した利用者均衡モデルを最適制御理論⁷⁾を用いて解いた解を以下に示す。

(1) 一斉始業のみのパターン

$h_1(t) = 0, h_2(t) \neq 0, h_3(t) \neq 0$ である図-2(a)のパターンでは、 $s(t), u(t), m(t)$ の解は次式の通りである。

$$s(t) = (c(t - T_0))^{\frac{1}{\eta}} \quad (13)$$

$$u(t) = \mu (c(t - T_0))^{\frac{1}{\eta\theta}} \quad (14)$$

$$m(t) = \frac{\eta\theta\psi\mu}{cN} (c(t - T_0))^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} \quad (15)$$

ただし、 $\theta = \iota - 1, \psi = 1/(1 + \theta + \eta\theta), \mu = \{(-c(T_2 - T_0) - \xi_{a1}) / (\zeta\iota)\}^{\frac{1}{\theta}}$ である。 ξ_{a1} は次式を満たす。

$$\xi_{a1} = -c(T_2 - T_0) - \zeta\iota \left(\frac{c}{\eta\theta\psi} \right)^{\theta} (c(T_2 - T_0))^{-\frac{1}{\eta\psi}} \quad (16)$$

(2) スーパーフレックスのみのパターン

$h_1(t) \neq 0, h_2(t) = 0, h_3(t) \neq 0$ である図-2(b)のパターンにおいては、 $m(t)$ は以下の4元連立微分方程式の解として求まる。

$$\dot{m}(t) = \frac{1}{N} \left(\frac{-\xi_{b1} - \xi_{b2}(t) - S}{\zeta\iota} \right)^{\frac{1}{\theta}} (\xi_{b2}(t) + \beta_{2b}(t) - c(T_2 - t) + S)^{\frac{1+\theta}{\eta\theta}} \quad (17)$$

$$\dot{\beta}_{2b}(t) = e - A(1 + \alpha) (n(t)N)^{\alpha} - \alpha A (\xi_{b3} + \xi_{b4}(t)) (n(t)N)^{\alpha-1} \quad (18)$$

$$\dot{\xi}_{b2}(t) = \alpha A (n(t)N + \xi_{b3} + \xi_{b4}(t)) (n(t)N)^{\alpha-1} \quad (19)$$

$$\dot{\xi}_{b4}(t) = \frac{1}{\eta} s(t)^{1-\eta} u(t) [-c(T_2 - t) - \xi_{b1} + \beta_{2b}(t) - (1 + \eta) s(t)^{\eta}] \quad (20)$$

ここで、 $s(t), u(t)$ の解は次式の通りである。

$$s(t) = (\xi_{b2}(t) + \beta_{2b}(t) - c(T_2 - t) + S)^{\frac{1}{\eta}} \quad (21)$$

$$u(t) = \left(\frac{-\xi_{b1} - \xi_{b2}(t) - S}{\zeta\iota} \right)^{\frac{1}{\theta}} (\xi_{b2}(t) + \beta_{2b}(t) - c(T_2 - t) + S)^{\frac{1}{\eta\theta}} \quad (22)$$

ただし、 S は積分定数、 ξ_{b1}, ξ_{b3} は任意定数である。

(3) スーパーフレックスと一斉始業が混在のパターン

図-2(c)のパターンでは、 $t \in [T_0, T_1]$ の区間の解は先の(1)と、 $t \in [T_1, T_2]$ の区間の解は先の(2)と同様である。

付録 II. システム最適モデルの解

4.(2) で定式化したシステム最適モデルを最適制御理論⁷⁾を用いて解いた解を以下に示す。

(1) 一斉始業のみのパターン

$h_1(t) = 0, h_2(t) \neq 0, h_3(t) \neq 0$ である図-2(a)のパターンでは、 $s(t), u(t), m(t)$ の解は次式の通りである。

$$s(t) = \left(\frac{c(t - T_0)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (23)$$

$$u(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta\iota} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left(\frac{c(t - T_0)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1+\eta}{\eta\theta}} \quad (24)$$

$$m(t) = \frac{\zeta\theta}{cN} \left(\frac{\eta}{\zeta\iota} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} \left(\frac{c(t - T_0)}{1 + \eta} \right)^{\phi} \quad (25)$$

ただし、 $\phi = (1 + \eta)(1 + \theta)/(\eta\theta)$ である。

(2) スーパーフレックスのみのパターン

$h_1(t) \neq 0, h_2(t) = 0, h_3(t) \neq 0$ である図-2(b)のパターンでは、 $s(t), u(t), m(t)$ の解は次式の通りである。

$$s(t) = \left(\frac{c(t - T_0) + \beta_{2b}(t) - \beta_{2b}(T_0^+)}{1 + \eta} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (26)$$

$$u(t) = \left(\frac{\eta}{\zeta\iota} \right)^{\frac{1}{\theta}} s(t)^{\frac{1+\eta}{\theta}} \quad (27)$$

$$(c + e)m(t)N = \zeta\theta \left(\frac{\eta}{\zeta\iota} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} s(t)^{\phi\eta} + \left(m(t)N + \left(\frac{\nu_3}{\xi_0} - 1 \right) \right) A (m(t)N)^{\alpha} \quad (28)$$

ここで、 ν_3 は任意定数である。 $\beta_{2b}(t)$ は以下の微分方程式を満たす。

$$\dot{\beta}_{2b}(t) = e - A(1 + \alpha) (n(t)N)^{\alpha} - (\nu_3 - 1) \alpha A (n(t)N)^{\alpha-1} \quad (29)$$

(3) スーパーフレックスと一斉始業が混在のパターン

図-2(c)のパターンでは、 $t \in [T_0, T_1]$ の区間の解は先の(1)と、 $t \in [T_1, T_2]$ の区間の解は先の(2)と同様である。

参考文献

- 1) 高山 純一・谷 英賢・木村 実・小村 正隆(1998), 「金沢市における時差出勤制度の社会実験」, 土木計画学研究・論文集, No.15, pp.821-830
- 2) 労働省政策調査部(1999), 「賃金労働時間制度等総合調査」
- 3) Henderson, J.V.(1981), 'The Economics of Staggered Work Hours', *Journal of Urban Economics*, 9, pp.349-364.
- 4) 文世一・米川誠(1997), 「フレックスタイム制が混雑に及ぼす影響」, 応用地域学会発表論文
- 5) 小林 潔司・奥村 誠・永野 光三(1997), 「鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究」, 土木計画学研究・論文集, No.14, pp.895-906
- 6) 奥村 誠・永野 光三・小林 潔司(1998), 「始業時刻の設定が鉄道通勤交通に及ぼす影響に関する研究」, 土木計画学研究・論文集, No.15, pp.831-840
- 7) 志水 清孝(1994), 「最適制御の理論と計算法」, pp.54-104, コロナ社