

# 小型家電回収システムへの ロバスト最適化アプローチ

大窪 和明<sup>1</sup>・奥村 誠<sup>2</sup>・平 聖也<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 埼玉大学助教 理工学研究科 (〒 338-8570 さいたま市桜区下大久保 255)

E-mail: okubo@dp.civil.saitama-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東北大学教授 災害科学国際研究所 (〒 980-8577 宮城県仙台市青葉区片平 2-1-1 通研 2 号館)

<sup>3</sup>非会員 三菱倉庫株式会社 (〒 104-0033 東京都中央区新川 1-28-38)

小型家電リサイクルの促進に向けた新制度案においては、自治体が中間処理業者を選定し、契約を結ぶことになっている。小型家電の回収量には不確実性があるため、中間処理業者の参入を促進するためには何らかの形で回収量の不確実性の大きさをコントロールする必要がある。本研究では、Bertsimas and Thiele などのロバスト最適化手法を参考に、自治体と中間処理業者が事前に交渉することによって不確実性の範囲を限定し、中間処理業者の利潤を確保させることを考える。そのために、中間処理業者が想定する不確実性の範囲の変化に対する利潤の変化を明らかにする。その結果、回収量の不確実性を小さく想定できる場合には、平均的な利潤が高くなるだけでなく、リサイクルから排出される残渣の最終処理量が少なくなることを明らかにした。

**Key Words** : robust optimization, recycling, uncertainty, inventory

## 1. はじめに

近年、我々の身の回りにはパソコンや携帯電話などの膨大な電気・電子機器が存在し、使用後の回収システムの設計が課題となっている。多くの電気・電子機器は有害物質を含むため、適切に処理されないことによって環境汚染が引き起こされる可能性があり、政策的な意思決定を行う行政と専門的な技術を持ったリサイクル企業との協力が不可欠である。また、レアメタルなどの金属資源は主要生産国の輸出政策の変更などの影響を大きく受ける状況にあり、資源の安定確保の点においても、行政とリサイクル企業が協力して回収システムを設計していく必要があるといえる。

現在の日本の使用済み電気・電子機器のリサイクルは、特定家庭用機器再商品化法(家電リサイクル法)の対象である家電4品目(テレビ, エアコン, 冷蔵庫・冷凍庫, 洗濯機・衣類乾燥機)については、既にリサイクルが進められている。しかし、家電4品目の対象になっていない携帯電話やデジタルカメラなどの小型電気・電子機器(小型家電)は、現在、その多くが一般廃棄物として処理されており(図-1)、小型家電を対象とした新しい回収システムが実施されようとしている。

小型家電リサイクルの新制度<sup>1)</sup>においては、自治体が小型家電を回収し、契約を結んだ中間処理業者に引き渡す回収システムが提案されている(図-2)。契約を結んだ中間処理業者は分解・破碎・選別といった中間処

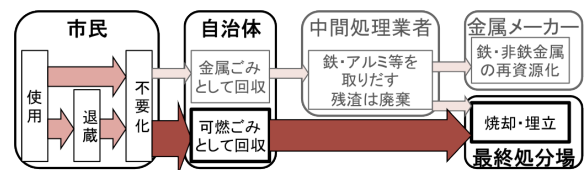


図-1 使用済み小型家電処理の現状

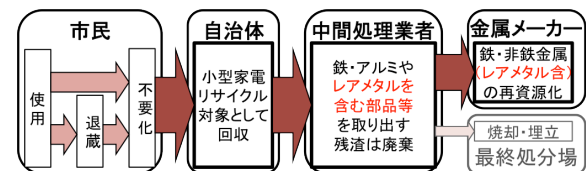


図-2 小型家電リサイクル制度案における小型家電回収システム

理を行い、金属メーカーや非鉄精錬業者が資源を回収する。自治体は、原則として一般競争入札によって中間処理業者を選び、契約を結ぶ。より効率的な回収システムを実現するためには、より多くの中間処理業者が、この入札に参加するような状況が望ましいと考えられる。しかし、中間処理業者が小型家電回収に参入することを促進させるためには回収量の不確実性や再生資源の価格変動など対処すべき様々な課題があり、本研究では次の2点に着目する。

1点目は、小型家電の回収量が少なく、中間処理業者が事業を継続するのに十分な回収量が得られない可能性が高いことである。Suzuki et al.<sup>4)</sup>は、電気・電子機

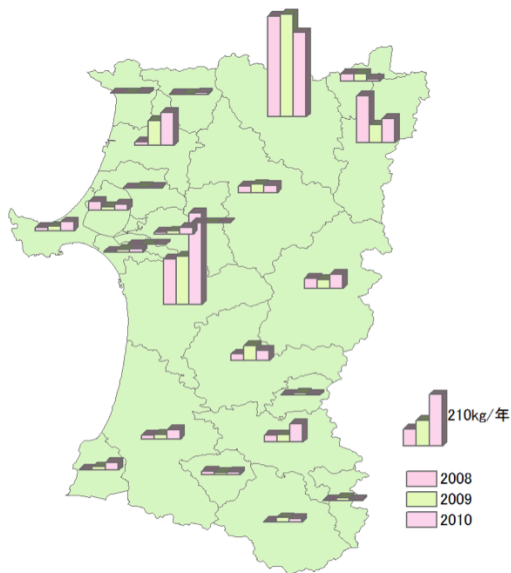


図-3 こでんプロジェクトにおける使用済みIT・通信機器の回収量<sup>6)</sup>

器のリサイクルにおける課題の一つとして、採算をとるのに十分な回収量を集めることができないことを挙げている。また2008年から小型家電のリサイクルを実施している北九州市においては、当初、想定していた回収量に比べて実際は少なく、経済合理性が成り立たないという課題に直面している<sup>5)</sup>。この点については、使用済み小型電子機器等の回収に係るガイドライン<sup>2)</sup>や市町村—認定事業者の契約に係るガイドライン<sup>3)</sup>等において、様々な回収方法が提案されるなど、より多くの回収量の確保に向けた取り組みが考えられている。

2点目は、小型家電の回収量に関する不確実性である。狩野ら<sup>7)</sup>は、小型家電は使用済みとなってから排出されるまでに家庭内で退蔵されやすく、その排出量に不確実性があることを指摘している。また、図-3は秋田県の使用済みIT・通信機器の1年当たりの回収量を地域別に図示したものである<sup>6)</sup>。この図から回収量には地域ごとに大きな差があり、さらに2008年度から2010年度にかけて、各地域で経年的に変動しており、地域によって経年的な変動パターンが異なっている。さらに、自治体等における小型家電リサイクルの先進的取組事例<sup>8)</sup>における使用済み小型家電の回収状況から明らかのように、1人当たりの回収量や年間回収量は自治体ごとに大きく異なり、現段階では将来の回収量の予想は難しいといえる。

将来の回収量が変動し、不確実であることは、中間処理業者の参入の促進に悪影響を与えられられる。すなわち、中間処理業者が一度、自治体と契約してしまえば、その期間中は必ず処理を行わなければならないため、回収システムへの参入は不可逆な投資として見ることができ、不確実性が大きくなるほど参入しにく

くなるからである(不可逆な投資と不確実性との関係については、Dixit and Pindick<sup>9)</sup>やLavee et al.<sup>10)</sup>を参照)。そのため、自治体と中間処理業者が協力して、回収量の不確実性に対して頑健な回収システムを構築していく必要がある。

不確実性下において、より良い意思決定を行うための手法としてロバスト最適化手法が古くから研究されてきた。よく知られたロバスト最適化手法の一つに、Soyster<sup>11)</sup>によって提案された、不確実性のある事象について最悪なシナリオが起きる状況を想定して最適化する手法がある。しかし、このような想定の下で得られた最適解は、不確実性に対して頑健であるが、性能が低い(e.g. 利潤が小さい)といった問題があることが知られてきた。近年、Bertsimas and Thiele<sup>12)</sup>やAdida and Perakis<sup>13), 14)</sup>によって、不確実性の大きさを反映するような形で、最適解の頑健性を調整できるロバスト最適化手法が提案されている。具体的には、Budget of Uncertaintyと呼ばれるパラメータを用いて、想定する不確実性の範囲を決め、それに応じて算出したシナリオを与件として最適化を行う枠組みを提案した。

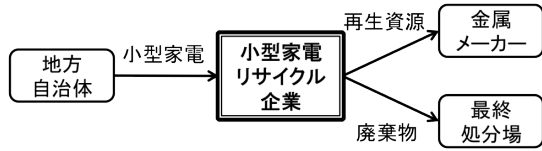
本研究では、これらのロバスト最適化手法におけるBudget of Uncertaintyが、自治体と中間処理業者が当該契約が有効となる回収量の変動範囲を合意するために利用できることに着目し、Budget of Uncertaintyによって回収量の変動の範囲を限定することが中間処理業者の利潤や損失にもたらす影響を明らかにする。

本論文の構成は以下の通りである。まず第2章においてモデルの定式化を行う。回収量の平均値を名目値として想定した名目値最適化モデルと、Budget of Uncertaintyを用いて回収量を想定したロバスト最適化モデルを定式化する。続く第3章において、実データを参考にした数値設定を用いて、シミュレーション分析を行い、利潤や代表的なリスク指標であるValue at Risk(VaR)やConditional VaR(CVaR)を取り上げ、定量的に評価する。最後に第4章において結論を述べる。

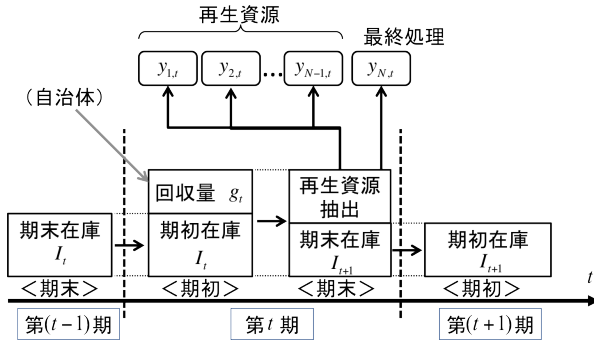
## 2. モデルの定式化

### (1) 状況設定

本研究では離散かつ有限の計画期間 $[0, T]$ を考え、図-4(a)に示すような小型家電の回収システムにおける中間処理業者を想定する。新しい制度案に基づき、各期において中間処理業者は契約を結んだ自治体から小型家電を無償で引き取り、在庫としてストックヤードに保管すると仮定する。小型家電からは、全部で $N-1$ 種類の再生資源が抽出可能であるとし、中間処理業者は在庫の中から、 $t$ 期の処理量 $Y_t$ 、再生資源 $i$ の抽出量 $y_{i,t}$ を決め、金属メーカーに販売する。ただし各期におい



(a) 回収システムの想定



(b) t期における中間処理業者の行動

図-4 モデルの枠組み

て、中間処理業者が金属メーカーに販売するのに十分な在庫量がなく、品切れが起きた場合には品切れペナルティを支払い、それ以外の場合には在庫の保管費用を支払うと仮定し、在庫保管・品切れペナルティ費用  $W_t$  を考える。また  $t$  期の処理量  $Y_t$  から再生资源の抽出量の合計  $\sum_{i=1}^{N-1} y_{i,t}$  を引いた残渣を  $y_{N,t}$  とし、廃棄物として最終処理されると仮定する。中間処理業者は、計画開始時点において、全期間の生産・在庫計画を決めるというオープン・ループ制御を考える。これは、使用済み小型家電の適切な処理を促すため、自治体が処理を委託する中間処理業者の処理計画を把握する必要があり、中間処理業者は事前に処理計画を作成することを考慮した仮定である。

使用済み小型家電の回収量  $g_t$  には不確実性があり、計画開始時点 ( $t = 0$ ) において中間処理業者は、回収量の取り得る範囲が  $g_t = [\bar{g}_t - \hat{g}_t, \bar{g}_t + \hat{g}_t]$  であることしか把握できていない状況を考える。すなわち、回収量が取り得る上限と下限のみを把握し、どの回収量が実現しやすいかという確率分布は把握していないと仮定する。ただし  $\bar{g}_t$  は回収量の名目値、 $\hat{g}_t$  は変動幅とする。

## (2) 名目値最適化モデル

中間処理業者が計画期間  $[0, T]$  における生産・在庫計画を立てる際に、将来の回収量  $g_t$  を想定する必要がある。名目値最適化モデルでは、回収量  $g_t = [\bar{g}_t - \hat{g}_t, \bar{g}_t + \hat{g}_t]$  の平均的な回収量  $\bar{g}_t$  のみを想定して生産・処理計画を立てると仮定する。具体的には、名目値最適化モデル

において中間処理業者は、計画期間内の再生资源の抽出量  $\mathbf{y}' = [y_{i,0}, y_{i,1}, \dots, y_{i,T-1}]$ ,  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N-1}, y_N]$   $\mathbf{I}' = [I_1, I_2, \dots, I_{T-1}]$  を制御変数とした以下の利潤最大化問題に従って、生産・在庫計画を立てると仮定する。

$$\max_{\mathbf{y}, \mathbf{I}} \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=1}^N \{p_{i,t} y_{i,t} - C(y_{i,t}) - W_t\} \quad (1)$$

subject to

$$W_t \geq h \left\{ I_0 + \sum_{k=0}^t (\bar{g}_k - Y_k) \right\} \quad \forall t \quad (2)$$

$$W_t \geq -s \left\{ I_0 + \sum_{k=0}^t (\bar{g}_k - Y_k) \right\} \quad \forall t \quad (3)$$

$$I_{t+1} - I_t = \bar{g}_t - Y_t \quad \forall t \quad (4)$$

$$0 \leq y_{i,t} \leq s_i Y_t \quad \forall i, \forall t \quad (5)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^N y_{i,t} \quad \forall i, \forall t \quad (6)$$

ただし、 $p_{i,t}$  は再生资源  $i$  を金属メーカーに販売するときの  $t$  期の価格であり、 $p_{N,t}$  は最終処理費用を表す負の価格を表す。目的関数 (式 (1)) は中間処理業者の利潤であり、第 1 項は再生资源の販売収益、第 2 項は小型家電からの再生资源の抽出費用、第 3 項は在庫保管・品切れ費用を表す。式 (1) 中の在庫保管・品切れ費用  $W_t$  は、式 (2)、式 (3) のどちらか大きい方で表されるとする。具体的には、式 (2)、(3) 中のパラメータ  $h$  は小型家電の在庫の単位当たり保管費用、パラメータ  $s$  は単位当たり品切れペナルティであり、 $W_t$  は  $t$  期の在庫量が正の場合には保管費用、負の場合には品切れペナルティ費用となる。式 (4) は  $t$  期から  $t+1$  期への小型家電の在庫量の変化が、 $t$  期の回収量と処理量の差に等しいことを表わす。式 (5) 中の  $r_i$  は小型家電中に含まれる再生资源  $i$  の含有率を表し、抽出可能な再生资源量の上限を表す制約条件式である。

## (3) ロバスト最適化モデル

名目値最適化モデルにおいては将来の回収量を名目値で想定したのに対して、ロバスト最適化モデルにおいては最適解が頑健になるような回収量を想定する。

まず  $t$  期における小型家電の回収量  $g_t$  を基準化した変数  $z_t$

$$z_t = \frac{g_t - \bar{g}_t}{\hat{g}_t} \quad \forall t \quad (7)$$

を考える。ただし  $z_t \in [-1, 1]$  であり、例えば  $g_t = \bar{g}_t + \hat{g}_t$  のとき  $z_t = 1$  となる。標準的なロバスト最適化手法においては、計画開始の 0 期から  $(t-1)$  期にかけて、最も極端なシナリオが起き続ける状況を想定するため、 $\sum_{k=0}^{t-1} |z_k| = t$  を考えることに等しく、図-5 中の点線 (45 度線) で表わされる。例えば、回収量が最も小さい値

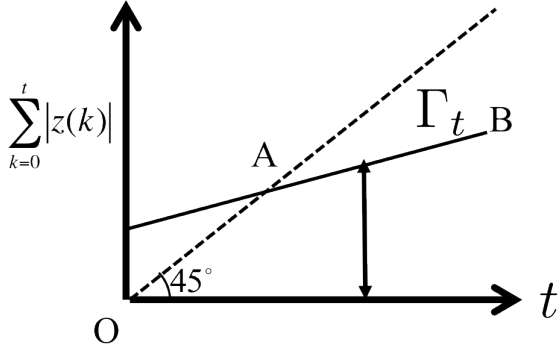


図-5 Budget of Uncertainty,  $\Gamma_t$  と基準化変数  $z_t$  の考え方

( $g_t = \bar{g}_t - \hat{g}_t$ )をとった場合には、式(7)より  $|z_t| = 1$  となり、0期から  $(t-1)$  期までの全期間において回収量が最小になり続けることを想定した場合には、 $\sum_{k=0}^{t-1} |z_k| = t$  となり、図中の点線で表せることが確認できる。

しかし、図-5中の点線が意味するように極端なシナリオが連続して起こるのは稀であるとし、回収量の想定を限定する外生変数  $\Gamma_t$  を考える。 $\Gamma_t$  は Bertsimas and Thiele や Adida and Perakis において Budget of Uncertainty と呼ばれている最適解の頑健性を調整する外生変数である。今回、用いるロバスト最適化手法では、図-5中の水平軸、点線と実線 (Budget of Uncertainty,  $\Gamma_t$ ) で囲まれた OAB の範囲で、最悪シナリオとなる回収量を想定する。これは極端な回収量を想定した点線に比べて、 $\Gamma_t$  を考えることによって、より楽観的な回収量を考えて最適化を行うことを想定している。また計画期間  $[0, T-1]$  内において  $\Gamma_t$  が点線よりも大きくなるように設定することによって、最悪シナリオの回収量を想定することも可能である。

$\Gamma_t$  による制約が付加された下で想定すべき回収量は、図-5中の OAB の範囲内で、最悪となるような回収量を求めるサブ問題として

$$-\max_{z_t} \sum_{k=0}^t \hat{g}_k z_k \quad (8)$$

subject to

$$\sum_{k=0}^t z_k \leq \Gamma_t \quad \forall t \quad (9)$$

$$0 \leq z_k \leq 1 \quad \forall t \quad (10)$$

と定式化できる。ただし、現実社会においては小型家電の十分な回収量が得られないことが問題になっていることを考慮し、今回は回収量が少ないほど状況が悪いとして考える。もし在庫を持つことによる費用が高く、回収量が多いほど状況が悪化する場合には、式(8)の目的関数値を正として再定式化すれば良い。

式(8)、(9)、(10)には中間処理業者の操作変数  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{I}$  を含まないため、中間処理業者の生産・在庫計画を決める主問題とは独立に最適解を求めることができる。ここで Budget of Uncertainty と不確実性の境界値に関するシャドープライスを明示的に考慮するため、式(8)、(9)、(10)で定義された最適化問題の双対問題を考える。

$$-\min_{\omega_t, r_{s,t}} \omega_t \Gamma_t + \sum_{s=0}^t r_{s,t} \quad (11)$$

subject to

$$\hat{g}_t \leq \omega_t + r_{s,t} \quad \forall s \in [0, t] \quad (12)$$

$$\omega_t(t) \geq 0 \quad (13)$$

$$r_t(s, t) \geq 0 \quad \forall s \in [0, t] \quad (14)$$

となる。これらの最適化問題から得られる最適値に \* をつけて表すと、強双対定理より、

$$\sum_{k=0}^t \hat{g}_k z_k^* = \omega_t^* \Gamma_t + \sum_0^t r_{s,t}^* \quad (15)$$

が成立する。すなわち  $\omega_t$  は  $\Gamma_t$  の変化に対して想定すべき回収量の変化の感度を表す変数である。また、 $r_{s,t}$  は、式(10)のラグランジュ乗数である。

式(11)-式(14)の最適化問題から導かれる回収量を  $g_t^{\text{RO}}$  として、

$$g_t^{\text{RO}} = \bar{g}_t - \omega_t^* \Gamma_t - \sum_{s=0}^t r_{s,t}^* \quad \forall t \quad (16)$$

とくと、中間処理業者のロバスト最適化モデルは、名目値最適化モデルの式(2)、(3)、(4)中の名目値  $\bar{g}_k$  を  $g_t^{\text{RO}}$  で置き換えた次の利潤最大化問題となる。

$$\max_{\mathbf{y}, \mathbf{I}} \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{i=1}^N \{p_{i,t} y_{i,t} - C(y_{i,t}) - W_t\} \quad (17)$$

subject to

$$W_t \geq h \left\{ I_0 + \sum_{k=0}^t (g_k^{\text{RO}} - Y_k) \right\} \quad \forall t \quad (18)$$

$$W_t \geq -s \left\{ I_0 + \sum_{k=0}^t (g_k^{\text{RO}} - Y_k) \right\} \quad \forall t \quad (19)$$

$$I_{t+1} - I_t = g_t^{\text{RO}} - Y_t \quad \forall t \quad (20)$$

$$0 \leq y_{i,t} \leq s_i Y_t \quad \forall i, \forall t \quad (21)$$

$$Y_t = \sum_{i=1}^N y_{i,t} \quad \forall i, \forall t \quad (22)$$

### 3. 中間処理業者の経済性の分析

#### (1) 数値設定

モデルの基本的な性質を把握しやすくするため、計画期間を  $[0, 3]$  とした。また、使用済み小型家電から取り出す再生資源は、比較的取り出しやすく、価格が高

表-1 数値計算の設定

パラメータ	基盤	鉄等	最終処理量
$p_i$ (万円/トン)	36.80	0.50	-0.40
$c_i$ (万円/トン)	18.20	1.00	1.00
$r_i$	0.28	0.03	1.00

い基盤 ( $i = 1$ ) と鉄 ( $i = 2$ ) を考え、残渣を廃棄物として最終処理 ( $i = 3$ ) する状況を考える ( $N = 3$ )。ここでは再生資源  $i$  の抽出費用関数  $C(y_{i,t})$  を、次のような線形関数として表す。

$$C_i(y_{i,t}) = c_i y_{i,t} \quad (23)$$

ここで  $c_i$  は非負のパラメータである。数値実験に用いるパラメータの設定は環境省による経済性評価<sup>1)</sup>のデータを参考に表-1のように設定した。ただし、再生資源のうちの最終処理量 ( $i = 3$ ) については、最終処理費用を中間処理業者が負担すると考え、負の価格と設定した。また最終処理量は基盤と鉄を抽出した後の残渣であり、廃棄物自体を抽出するという作業はないものと考え、 $c_3 = 0$  と設定した。

在庫の保管費用は環境省による経済性評価において用いられた保管ヤード費用を参考に  $h = 0.7$  (万円/トン) とした。また小型家電 1 トン当たりの保管費用よりも品切れペナルティの方が大きいとし、 $s = 14.0$  (万円/トン) と設定した。ここでは小型家電の在庫が不足した場合に遠方から輸送費や買い取り料金を支払って小型家電を集めたり、新たな回収方法を導入して追加的に回収したりするなどの費用を想定している。

自治体等における小型家電リサイクルの先進的取組事例における使用済み小型家電の回収状況<sup>8)</sup>から、1 人当たりの回収量や年間回収量は自治体ごとに大きく異なる。そのため、現段階では全ての自治体に共通するような一般的な回収量を想定することは難しく、ここでは各自治体の年間回収量を参考に回収量の名目値  $\hat{g}_t$  を 250 トンとおいた。また実現した回収量の値が低い場合には中間処理業者の利潤がマイナスになる状況を考えるため、変動幅  $\hat{g}_t$  を 100 トンとして設定した。計画期間の最初 ( $t = 0$ ) と最後 ( $t = T$ ) は同様の在庫水準を維持するとし、初期在庫量と最終在庫量を  $I_0 = I_T = 250$  (トン) と設定した。

Budget of Uncertainty,  $\Gamma_t$  は 0.5 とし、計画期間内において一定の値をとると仮定する。これらの数値設定の下で小型家電の回収量を正規分布に従ってランダムに発生させ、2つのモデルの最適解に従って中間処理業者が行動した場合についてそれぞれシミュレーションを行った。

シミュレーションにおいては、平均値  $\mu = 250$ 、標準偏差  $\sigma = 100$  の正規分布に従って、回収量をランダム

に発生させる。ここでは中間処理業者のオープン・ループ制御を考えているため、計画期間の開始時点に決めた各期の再生資源の抽出量、在庫量に従うとする。ただし、シミュレーションにおいて計画期間の最終期  $T$  の在庫が 250 トン ( $= I_T$ ) よりも多かった場合には、再生資源は抽出せずに残渣として最終処理すると仮定する。各最適化モデルの最適解計算には、Grant et al.<sup>16)</sup> によって提供されている Matlab 上で動作するソフトウェアを用いた。

シミュレーションにおいては、中間処理業者の利潤の平均値、Value at Risk (VaR), Conditional Value at Risk (CVaR), 最終処理量を考える。シミュレーションにおける利潤の平均値と最終処理量は、各シミュレーションにおける全期間の利潤および最終処理量の総和について、シミュレーションの平均値を用いる。VaR はリスク分析に良く用いられる指標の一つで、 $VaR(\beta)$  は統計上の信頼水準  $\beta\%$  において推定される最大損失（ここでは最小利潤）のことである。ここではシミュレーションから計算した中間処理業者の利潤の頻度分布について、 $VaR(\beta)$  を計算し、信頼水準  $\beta\%$  における最小利潤を算出する。例えば  $VaR(95)=500$  (万円) は、95%の確率で 500 万円以上の利潤が得られることを意味する。

VaR は、 $VaR(\beta)$  を下回る利潤の分布形については考慮していないため、ポートフォリオなどのリスクを過大評価する可能性が指摘されており、その点を解決するために CVaR が提案されている<sup>15)</sup>。CVaR( $\beta$ ) は収益が統計上の信頼水準  $\beta\%$  を下回るときの損失の平均値（ここでは利潤の平均値）のことである。ここでは確率変数としてシミュレーションにおける中間処理業者の利潤の分布とし、CVaR( $\beta$ ) は信頼水準を下回る中間処理業者の利潤の分布の平均値を考える。例えば  $CVaR(\beta)=300$  (万円) とは、 $VaR(\beta)$  を下回る 5% のサンプルの利潤の分布の平均値が 300 万円であることを意味する。VaR と CVaR は、名目値最適化モデルとロバスト最適化モデルのそれぞれについて、シミュレーションから得られた利潤の頻度分布について算出する。

## (2) シミュレーションにおける利潤の頻度分布

各期ごとの処理量の最適解  $Y_t$  を図-6 に示す。図-6 から、 $t = 0$  における名目値最適化モデルの最適解よりもロバスト最適化モデルの処理量が少ないことがわかる。これはロバスト最適化モデルにおいては、将来、品切れによってペナルティが発生することを避けるため、処理量を減らして多めに在庫を持つためである。

表-2 に、50,000 回のシミュレーションを行った時の名目値最適化モデルとロバスト最適化モデルの利潤の平均値、 $VaR(95)$ ,  $CVaR(95)$ , 品切れペナルティ発生率、最終処理量のシミュレーションの平均値を示す。表-2 から、

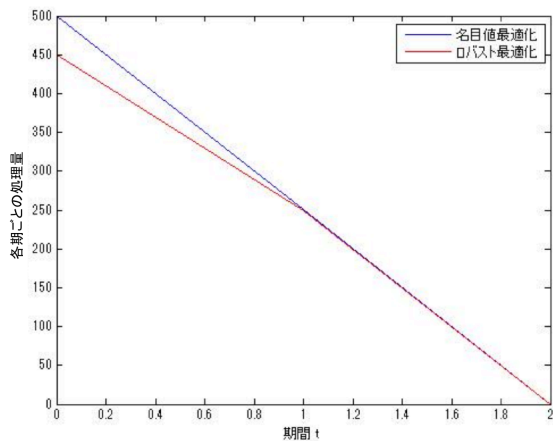


図-6 各期における処理量の最適解  $Y_t$

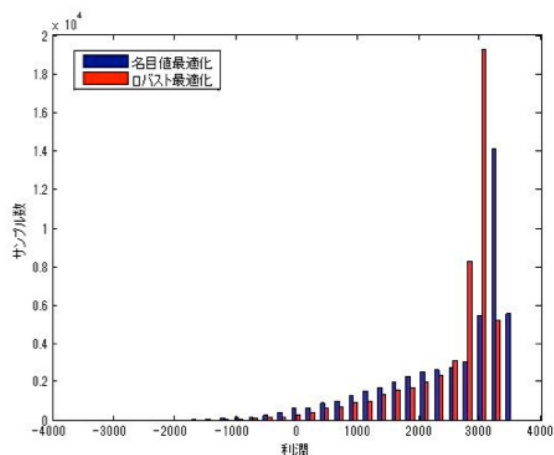


図-7 シミュレーションにおける利潤の頻度分布

表-2 シミュレーションにおける各指標の計算結果

最適化モデル	名目値	ロバスト
利潤の平均値 (万円)	2417.8	2505.6
VaR(95) (万円)	125.0	578.3
CVaR(95) (万円)	-592.7	-137.6
品切れ発生率 (%)	62.4	45.1
最終処理量 (トン)	632.2	615.6

ロバスト最適化モデルにおける利潤の平均値、VaR(95)やCVaR(95)がより大きく、不確実性に対して頑健な最適解が得られていることが確認できる。

このときの利潤の頻度分布は図-7のようになる。図-7から、名目値最適化モデルよりもロバスト最適化モデルの方が狭い範囲に分布していることがわかる。

例えばロバスト最適化モデルにおけるシミュレーションの利潤の最大値が3234.3であるのに対して、名目値最適化モデルでは3478.4である。これは品切れペナルティを避けるために、より多くの在庫を持つため在庫費用が大きくなったことに加えて、再生資源の抽出量

が減り、販売収益が減ったため、ロバスト最適化モデルの利潤が小さくなった。一方、ロバスト最適化モデルの利潤の最小値が-2941.1であるのに対して、名目値最適化では-3397.4であり、ロバスト最適化モデルの方が最小の利潤は大きい。これはロバスト最適化モデルにおいて、より多くの在庫を持っていることが、品切れを回避し、利潤の減少を防いだためである。これは表-2の品切れペナルティ発生率が、名目値最適化モデルに比べてロバスト最適化モデルの方が小さいことから確認できる。

### (3) 回収量の不確実性の大きさが中間処理業者の経済性にもたらす影響

使用済み小型家電の回収においては、所有者による退蔵や一般廃棄物としての処理がされやすく、回収量の予想が難しいと考えられる。そのため、中間処理業者が生産・在庫計画を立てる段階で想定した回収量と、実際の変動が異なることも予想される。ここでは生産・在庫計画で想定する回収量の設定は変えずに、シミュレーションにおいてランダムに発生させる回収量の標準偏差を変えたときの、中間処理業者の利潤やリスク指標、最終処理量の変化を明らかにする。

シミュレーションにおける回収量の標準偏差 $\sigma$ と利潤の平均値との関係を図-8に示す。図-8から、回収量の標準偏差 $\sigma$ が大きくなるにつれて、名目値最適化モデルとロバスト最適化モデルは、ともに利潤が小さくなっていくことがわかる。これは回収量の変動が大きくなるにつれて、計画段階で想定した回収量と大幅に異なる回収量が実現する可能性が高くなったため、品切れペナルティや在庫保管費用の負担が大きくなったためである。

図-8において、 $\sigma$ に対する利潤の平均値の変化は、ロバスト最適化モデルの方が変化が小さい。すなわち、標準偏差が小さいときには( $\sigma \leq 40$ )名目値最適化モデルに比べてロバスト最適化モデルの方が利潤が低い、 $\sigma$ が大き 경우에는ロバスト最適化モデルの方が利潤が高い( $\sigma \geq 40$ )。これは回収量の標準偏差が大きく、不確実性が大きい場合ほど、ロバスト最適化手法によって品切れペナルティの発生を回避する回数が増えたためである。

回収量の標準偏差 $\sigma$ とVaR(95)との関係(図-9)についても図-8と同様の傾向が見られる。ただし、ここでのVaR(95)は、シミュレーションで得られた利潤の分布の中で、信頼水準95%の確率で起こりうる利潤の最小値を表しており、この値が大きくなるほど、利潤が高くなる可能性が高いことを意味している。図-8と図-9が異なるのは、VaR(95)は標準偏差が $\sigma = 20$ 付近で、名目値最適化モデルとロバスト最適化モデルのVaR(95)が

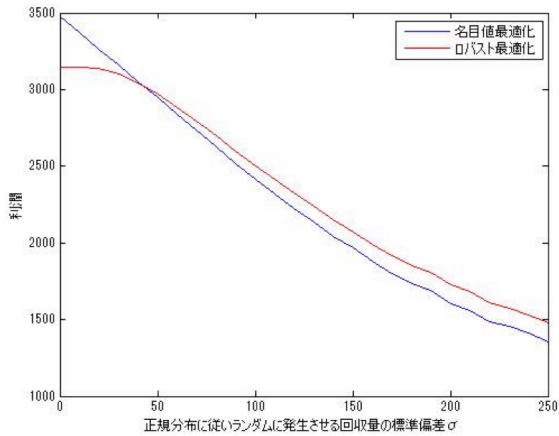


図-8 回収量の標準偏差  $\sigma$  と利潤の平均値との関係

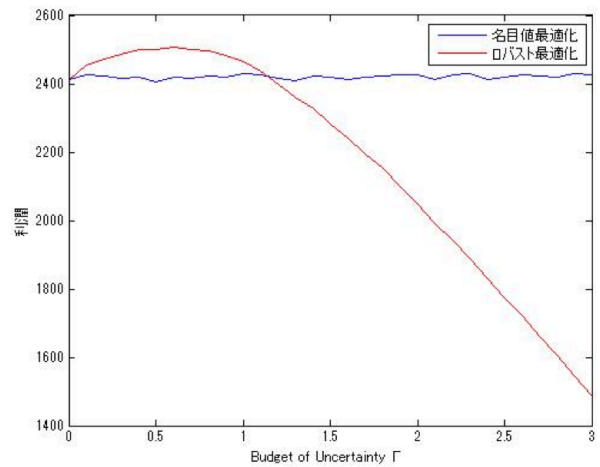


図-10  $\Gamma_t$  と利潤の平均値との関係

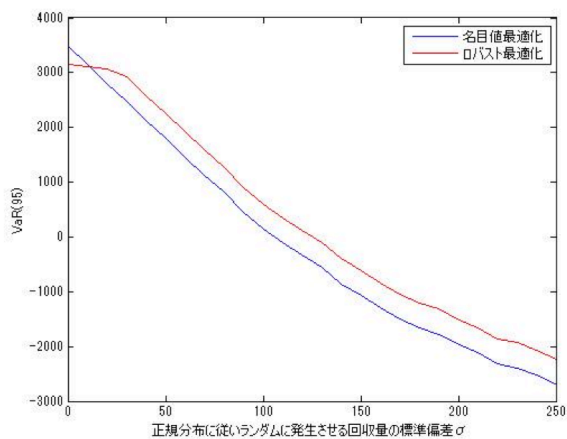


図-9 回収量の標準偏差  $\sigma$  と VaR(95) との関係

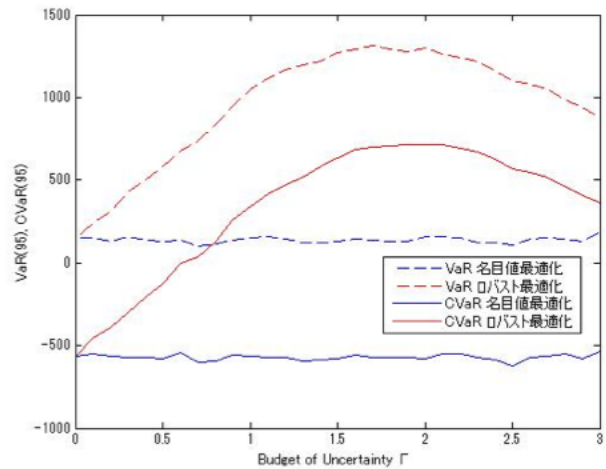


図-11  $\Gamma_t$  と VaR(95), CVaR(95) との関係

切り替わっていることである。すなわち、 $20 \leq \sigma \leq 40$  の範囲においては、ロバスト最適化モデルの方が利潤は低いが、VaR(95)で見た場合に、ロバスト最適化手法で想定した少ない回収量を用いることの効果が見られることが明らかになった。

#### (4) Budget of Uncertainty, $\Gamma_t$ が中間処理業者の経済性にもたらす影響

中間処理業者が処理計画を立てるとき、不確実な回収量に対して、どのような Budget of Uncertainty,  $\Gamma_t$  を設定するかによって、中間処理業者の生産・在庫計画が変わってくる。具体的には、 $\Gamma_t$  を小さく設定した場合は中間処理業者が名目値に近い回収量を想定する楽観的な状況を表わし、逆に  $\Gamma_t$  を大きく設定した場合、中間処理業者は回収量が小さいと悲観的に想定することによって、不確実性に対して頑健な行動をとる。

図-10 は  $\Gamma_t$  を区間  $[0, T]$  (ただし  $T = 3$ ) で変化させた場合の利潤の平均値の変化を表わす。図-10 から、名目値最適化モデルでは Budget of Uncertainty を考慮していないため、 $\Gamma_t$  に関して一定の値をとることがわかる。

ただし、名目値最適化においても、回収量をランダムに与えてシミュレーションを行っているため、 $\Gamma_t$  の変化に対する利潤の変化には小さな変動が見られる。

一方、ロバスト最適化モデルの利潤の平均値は上に凸の形をしており、ロバスト最適化モデルは  $\Gamma_t$  が 0.6 の時に最大値を取り、1.2 までは名目値最適化モデルよりも利潤の平均値は大きい。  $\Gamma_t$  が約 0.6 以下の領域で利潤の平均値が増加しているのは、より多くの在庫を持つため、品切れペナルティによる利潤減少が発生しにくくなったためである。  $\Gamma_t$  が約 0.6 以上の領域で利潤の平均値が減少するのは、より多くの在庫を持つため在庫費用が増大しただけでなく、再生資源の抽出量の減少とともに販売量が減ったため、利潤が減少しているためである。図-10 中の  $\Gamma_t = 3$  の部分は、最悪のシナリオを考える標準的なロバスト最適化手法に対応しており、このときの利潤の平均値が最も低いことがわかる。そのため、最悪なシナリオを想定するのではなく、より楽観的な回収量の想定の下で、生産・在庫計画を決めるべきであることが示唆される。

次に図-11 に  $\Gamma_t$  とリスク指標 VaR(95), CVaR(95) と

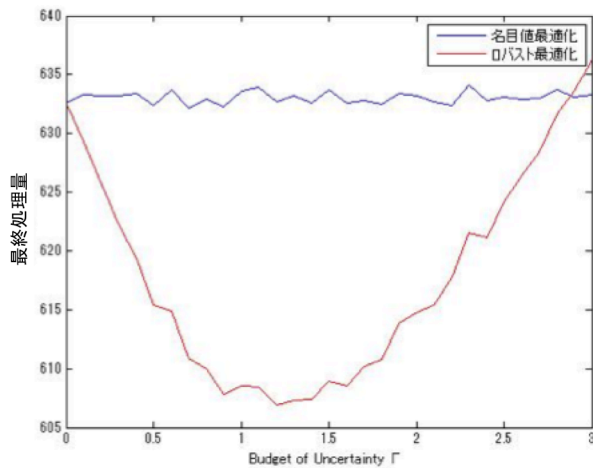


図-12  $\Gamma_t$  と最終処理量との関係

の関係を表わす。図-11からロバスト最適化モデルのVaR(95)はCVaR(95)ともに上に凸の形をしており、それぞれ $\Gamma_t$ が1.8付近と2.0付近で最大値をとることがわかる。すなわち、標準的なロバスト最適化モデルを表す $\Gamma_t = 3$ の場合においてリスクが最小となるのではなく、もっと楽観的な想定の下( $\Gamma_t = 1.8, 2.0$ 付近)でリスクが最小となっている。これは $\Gamma_t = 3$ のときには、悲観的な想定によって利潤そのものが小さくなってしまい、結果的にVaR(95), CVaR(95)が小さくなってしまったためである。

図-12に $\Gamma_t$ と最終処理量との関係を示す。図-12から、ロバスト最適化モデルの最終処理量は下に凸の形をしていることがわかる。最終処理量は $\Gamma_t$ が1.2の時に最小値を取る。また $\Gamma_t$ が2.9以下の領域では名目値最適化モデルの最終処理量が、より小さくなっている。これは $\Gamma_t$ が小さい場合、将来の回収量の変動に備えて抽出量を減らし、在庫量を増やそうとするため、最終処理発生量も減少するためである。この結果は、回収量の不確実性に対して機会制約条件を用いて最適化した場合にリサイクルから排出される残差が減ることを確認したGaustad et al.<sup>17)</sup>による研究成果と一致する。しかし、Gaustad et al.で用いられた手法は機会制約条件式を用いた最適化問題は扱いにくいことや<sup>18)</sup>、不確実性のある事象に対して確率分布を把握する必要があるため、本研究で用いたロバスト最適化手法の方が他の事例に適用しやすいというメリットがある。 $\Gamma_t$ が大きくなると在庫量がさらに多くなり、計画期間の最終期に残る在庫量が増える。これは、計画開始段階で決めた生産・在庫計画を変えることはなく、シミュレーションの最終期 $T = 3$ において在庫量が250を越える場合には、全て最終処理すると仮定しているためである。

## 4. 結論

本研究では、小型家電の回収量に不確実性のある状況下において、回収量の想定の変化が中間処理業者の利潤やVaR, CVaRにもたらす影響を算出可能な枠組みを提案した。その結果、次の3点が明らかになった。

- 回収量の不確実性が大きい場合には、回収量を少なく想定することによって、平均的な利潤を大きくできることを示した。
- 回収量を少なく想定することによって、リサイクルから排出される残渣の最終処理量も少なくなる。
- 標準的なロバスト最適化手法における最小の回収量の想定において、リスクが最小になっておらず、より望ましい回収量の想定が存在することが明らかになった。

これらの結果の内、1点目と2点目は、回収量を少なく想定することによって、将来の回収量の減少に備えて在庫を増やし、品切れによる損失を回避したためである。そのため、残渣の最終処理量が少なくなっているが、再生資源の抽出量も少なくなっている。これは、より多くの再生資源を有効活用するという観点から見た場合に問題であり、収量の変動によって生じる損失を抑えつつ、より多くの有効資源を回収できるような仕組みの提案が今後の課題となる。

謝辞： 本研究は科学研究費補助金 若手研究(B) 研究課題番号24760405の助成を受けたものである。

## 参考文献

- 1) 環境省, 経済産業省: 使用済小型家電からのレアメタルの回収及び適正処理に関する研究会とりまとめ, 2011.
- 2) 環境省: 使用済み小型電子機器等の回収に係るガイドライン, 2013.
- 3) 環境省: 市町村-認定事業者の契約に係るガイドライン, 2013.
- 4) Suzuki, M., Subramanian, L., Watanabe, T. and Hasegawa, H.: The Application of the International Resource Recycling System (IRRS) to encouragement of Electric Waste Recycling- the Case of Fuji Xerox, *Electronics and the Environment*, 2008.
- 5) 環境省九州地方環境事務所, 経済産業省九州経済産業局: 九州地域における小型家電等のレアメタルリサイクル可能性調査 報告概要, 2010.
- 6) こでんリサイクル HP: こでんプロジェクト品目別年間回収量, [http://www.coden.jp/project/item\\_result.html](http://www.coden.jp/project/item_result.html)
- 7) 狩野真吾, 白鳥寿一, 中村崇: 使用済み小型電気・電子機器の回収量試験と回収量評価, *Journal of MMIJ*, Vol. 125, pp.547-554, 2009.
- 8) 経済産業省: 自治体等における小型家電リサイクルの先進的取組事例について, 2011.
- 9) Dixit, A. K. and Pindyck, R. S.: *Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1994.
- 10) Lavee, D., Regev, U. and Zemel, A.: The Effect of Recycling Price Uncertainty on Municipal Waste Management



- Choices, *Journal of Environmental Management*, Vol.90, pp.3599-3606, 2009.
- 11) Soyster, A. L.: Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming, *Operations Research*, Vol.21, pp. 1154-1157, 2006.
  - 12) Bertsimas, D. and Thiele, A.: A Robust Optimization Approach to Inventory Theory, *Operations Research*, Vol.54, pp. 150-168, 2006.
  - 13) Adida, E. and Perakis, G.: A robust optimization approach to dynamic pricing and inventory control with no back-orders, *Mathematical Programming*, Vol. 107, pp.97-129, 2006.
  - 14) Adida, E. and Perakis, G.: Dynamic pricing and inventory control: robust vs. stochastic uncertainty models ? computational study, *Annals of Operations Research*, Vol. 181, pp.125-157, 2010.
  - 15) Rockafellar, R. and Uryasev, S.: Conditional value-at-risk for general loss distribution, *Journal of Banking and Finance*, Vol.26, pp. 1443-1471, 2002.
  - 16) Grant, M. C., Boyd, S. P. and Ye, Y.: CVX: A system for disciplined convex programming, <http://cvxr.com/>
  - 17) Gaustad, G., Li, P., and Kirchain, R.: Modeling methods for managing raw material compositional uncertainty in alloy production, *Resources, Conservation and Recycling*, Vol.52, Issue 2, pp.180-207, 2007.
  - 18) 武田朗子: 不確実性化での最適化—ロバスト最適化を中心に—. オペレーションズ・リサーチ. 経営の科学, Vol.51, pp.420-423, 2006.

(2013. 2. 25 受付)

## A ROBUST OPTIMIZATION APPROACH FOR SMALL SIZE HOME ELECTRICAL APPLIANCE RECYCLING SYSTEM

Kazuaki OKUBO, Makoto OKUMURA and Seiya TAIRA

The increased use of recycled and renewable resources is important for achieving sustainable society. The Ministry of Environment in Japan is planning to introduce legislation for promoting recycling of Small size home electrical appliance and exploring efficient collection system by involving recycling industries. The recycling industries face significant uncertainty in quantity of collected Small size home electrical appliance. Some papers and collection experiments point out variation of collection amount and such uncertainties create disincentives for recycling. We propose a recycler model of Small size home electrical appliance with uncertainty in the amount of collection and examine the effect of introducing budget of uncertainty. We showed that the average profit is increased by considering the budget of uncertainty, when the recycler faces large uncertainty. We found that the standard robust optimization approach, that assume the worst case scenario, does not always minimize the risk, there may exist more desirable scenario.