

使用済み製品回収システムの 外生的回収量と需要の変動に対する反応

大窪 和明¹・奥村 誠²

¹正会員 東北大学助教 東北アジア研究センター (〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1 電気通信研究所 2 号館)
E-mail: okubo@cneas.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学教授 災害科学国際研究所 (〒 980-8577 仙台市青葉区片平 2-1-1 電気通信研究所 2 号館)
E-mail: mokmr@m.tohoku.ac.jp

使用済み製品の排出量は製品寿命や消費者の消費行動によって決まるため、回収業者などのリサイクルする側が調整や予測をすることが困難な外生的回収量が存在する。また、企業によるリサイクルが普及し、多くの使用済み製品の回収量はリサイクル後の製品市場における需要変動の影響を受けやすくなっている。使用済み製品のリサイクルシステムが持続可能となるためには、外生的回収量や需要の変動に対して頑健な回収システムを構築する必要がある。本研究では、使用済み製品の集荷を行う中間処理業者が、市場を通じて回収する場合（市場回収システム）と直接回収する場合（直接回収システム）について、外生的回収量および中間処理業者の販売市場における需要変動が回収量にもたらす影響を明らかにする。

Key Words : reverse logistics, supply and demand fluctuation, collection system, inventory

1. はじめに

(1) 社会的背景

最終処分場の逼迫やレアメタルなど稀少資源の必要性の高まりによって、静脈物流は物流計画の主要な課題の一つとなっている。特に、使用済みの電気・電子製品に含まれる稀少資源の有効利用は世界的に注目されており、EU 諸国では 2003 年から WEEE 指令によって回収・リサイクルが進められてきている。しかし、現在の我が国では小型家電製品 (e.g. 携帯電話, デジタルカメラ) の多くが家電リサイクル法の対象ではなく、その多くが一般廃棄物として焼却・埋立処理されているのが現状である。現在、これらの使用済み製品の新しいリサイクル制度の実施のために様々な社会実験がなされる中、効率的な回収システムの設計が大きな課題となっている¹⁾。

2011 年 12 月に環境省から公表された小型家電製品の新しいリサイクル制度案を基に作成した使用済み製品の回収システムを図-1 に示す²⁾。図-1 では使用済み小型家電製品が排出された後、自治体によって回収され、中間処理業者による集積、破碎、選別を経て、金属精錬されるという回収システムを考えている。この新しいリサイクル制度案においては、市町村が使用済み小型家電製品を回収することに特徴があり、市町村の負担の増加や、使用済み製品への需要量に応じた回収量の柔軟な調整が難しいといった問題が生じることが予想される。また放射能の汚染が問題となる中、専門的知識を

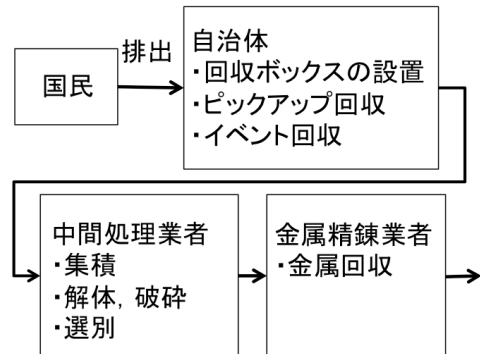


図-1 小型家電製品の新しいリサイクル制度案における回収システム

持った回収業者や中間処理業者が使用済み製品を回収するシステムが必要であると考えられる。

代表的な使用済み製品である古紙や鉄スクラップでは市場メカニズムを活用したリサイクルが古くから行われてきた。例えば一般オフィス古紙は図-2 のような回収システムがとられており、オフィスから発生した古紙は回収業者によって回収され、中間処理業者に集められ、選別されて製紙企業に販売される³⁾。このとき、中間処理業者は買い入れる価格を提示し、市場を通じて回収業者から古紙を回収している。本研究では、このような市場を活用した回収システムを市場回収システムと呼ぶ。市場回収システムは、中間処理業者と回収業者が価格に応じて必要な量を確保できるため、効

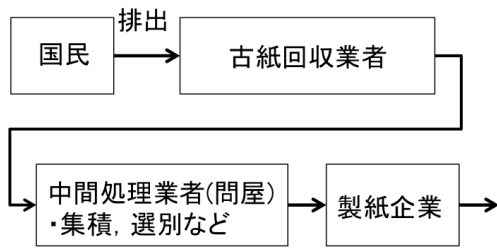


図-2 市場回収システムの一例 (一般オフィス古紙)

率的な回収システムであるといえる。しかし、1997年の我が国において古紙の逆有償化が生じ、未回収の古紙が大量に発生するなど、価格の変動が問題になってきた。また、使用済み製品の価格変動がリサイクルもたらす影響は様々な研究によって指摘されており (e.g. Stromberg⁴⁾, Lavee et al.⁵⁾), 市場回収システムの性質を理解した上で導入を検討する必要がある。

また古紙の中間処理業者の中には自ら直接、回収を行うものも多く、本研究ではこれを直接回収システムと呼ぶ。図-2の市場回収システムを簡略化し、図-3(a)のように表すと、直接回収システムは図-3(b)のように表すことができる。図-3(b)からわかるように直接回収システムは買入れ市場を利用せず、中間処理業者が自ら回収を行うため、買入れ価格の変動による影響を避けることができる。しかし、これら2つの回収システムにおける回収量の変動といった動学的性質については未だ詳しくわかっていないといえない。

使用済み製品の買入価格の変動をもたらす主な要因として、a) 外生的回収量、b) 使用済み製品の販売市場における需要変動が挙げられる。使用済み製品の排出量は製品寿命⁶⁾や消費者の消費行動に依存して決まるため、回収業者や中間処理業者といったリサイクルする側が排出量を調整または予測することは難しい部分を含む。本研究では、これを外生的回収量と呼ぶ。この外生的回収量は中間処理業者の在庫や価格を決める主要な要因となっていることが示されている⁷⁾。また古紙など使用済み製品は新たな製品の原料となるため、リサイクル後の製品市場の需要に影響を受けやすい。そこで本研究では、図-3のような2つの回収システムについて、外生的回収量と使用済み製品の販売市場に生じた変動が回収量にもたらす影響を明らかにすることを目的とする。

本稿では、第1章の後半において既存研究のレビューを行う。続く第2章において市場回収システムにおける回収業者、中間処理業者の各主体の行動を定式化する。続く第3章において中間処理業者が回収、集荷を行う直接回収システムを定式化し、第4章では、これら2つの回収システムにおける最適な在庫量、回収量

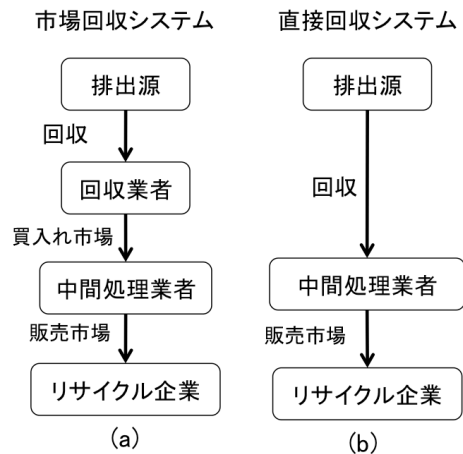


図-3 市場回収システムと直接回収システム

などの動学的性質を数値解析によって明らかにする。最後に第5章において結論を述べる。

(2) 既存研究

土木計画学分野において使用済み製品の回収システムを扱った研究として、溝本ら⁸⁾や大窪・奥村⁹⁾の施設配置アプローチによる回収システムの最適設計に関する研究が挙げられる。これらの研究では回収システムの空間的側面に着目し、単一主体が使用済み製品の回収からリサイクル、最終処理までを最適化するモデルであり、複数主体による市場での取引を考慮していない。複数の主体が市場で使用済み製品を取引できる場合の回収システムの設計に関する研究として Savaskanら^{10,11)}, Hong and Yeh¹²⁾による研究があげられる。これらの研究では空間的側面を考慮されていないが、製造業者、小売業者、サードパーティロジスティクスの3つの主体を考えたときの効率的な回収システムを分析している。これらの研究で対象としている企業は、自分で生産した製品のみについてリサイクルを行うため、使用済み製品の排出量の予測が比較的容易な場合を考えているため、回収量や需要量の変動は考慮されていない。しかし、使用済み小型家電製品をはじめとした多くのリサイクルは、製品を生産する生産者とリサイクルの主体が異なる場合が多い (e.g. レアメタルを抽出する過程は非鉄製錬業者が行うことが多い)。需要量の変動や在庫費用を考慮した研究は山田ら¹³⁾によってなされているものの、動脈物流を対象とした研究であり、静脈物流を対象として動学的性質を調べた研究は、まだ始まったばかりであるといえる。

本研究では農産物の生産量の変動を考え、在庫と価格の関係性を分析するために用いられてきた Competitive Storage モデルを拡張したモデルを用いる。なぜなら

Competitive Storage モデルでは、農産物が作付けから収穫までの間に天候や作物の病気などの影響を受けることに着目し確率的に変動する生産量を考慮しているからである。すなわち事前には確率的にしか予測できない生産量を考えている点において、使用済み製品と類似の生産構造を持っている。また使用済み製品の回収システムにおいて中間処理業者の数はリサイクル企業の数に比べて多いため、販売市場は中間処理業者にとって競争的な市場である。Competitive Storage モデルでは競争的な販売市場を考慮している点において、使用済み製品と類似の販売市場構造を考慮している。

Competitive Storage モデルの代表的な研究には、Samuelson¹⁴⁾、Scheinkman and Schectman¹⁵⁾、Wright and Williams¹⁶⁾、Williams and Wright¹⁷⁾、Wright¹⁸⁾、Deaton and Laroque^{19),20)}、Chambers and Bailey²¹⁾、Routledge et al.²²⁾、Osborne²³⁾などが挙げられる。本研究では、販売市場のみを対象とした Deaton and Laroque¹⁹⁾のモデルに中間処理業者の買入れ市場を考えた拡張モデルを提案する。また、使用済み製品の回収量について、外生的回収量と回収業者または中間処理業者が調整可能な内生的回収量の2種類の回収量がある場合に拡張し、2つの回収システムの定式化を行う。

2. 市場回収システムの定式化

(1) モデルの枠組み

本章では、中間処理業者が買入市場において買入価格を提示し、回収業者から使用済み製品を回収する市場回収システムの定式化を行う(図-3)。本モデルでは回収業者と中間処理業者がそれぞれ代表の一社だけ存在し、離散時間の中で無期限に渡って行動する。回収業者は排出源から使用済み製品を回収し、買入れ市場において供給者として行動する。本研究では回収業者が中間処理業者に供給する回収量として内生的回収量 x_t^m と外生的回収量 z_t^g を考える。ただし変数中の m は市場回収システム (Market Collection System) を表す添え字である。内生的回収量は回収業者が買入れ市場の状況に応じて決めることができる。外生的回収量は行政回収や資源回収サービスなど回収業者の意志によって決めることができない回収から生じる。これは使用済み製品は回収されないことによって環境汚染が発生するため、価格が低下しても回収量を維持しようとする行政などの意思が働く部分を想定している。また使用済み製品は製品寿命や消費者の消費行動にしたがって排出されるため回収業者や中間処理業者が予測できないことを考慮し、外生的回収量は確率的に変動し、 t 期の期初にしか正確な回収量がわからないと仮定する。

中間処理業者は買入れ市場と販売市場で同時に取引

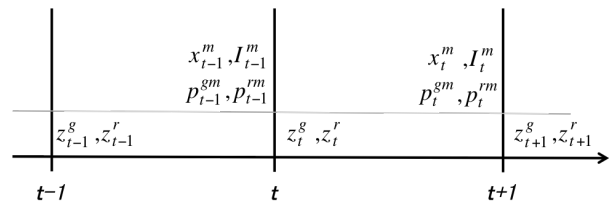


図-4 外生変数の決定と意志決定のタイミング

を行い、使用済み製品の買入れ価格 p_t^{gm} 、期末在庫量 I_t^m を決める。買入れ市場は、回収業者に比べて中間処理業者は少数かつ大規模であり市場支配力が強い点を考慮し、中間処理業者が買入れ価格を決める需要独占市場とする。回収業者から中間処理業者が買入れた使用済み製品は、販売市場において当該期中間処理業者からリサイクル企業に販売される。当該期に販売されなかった分は在庫として中間処理業者が次期に持ち越す。中間処理業者の在庫に関する意思決定は、販売市場における現時点での価格と将来の期待価格に基づき合理的に行われるとする。ここで販売市場は競争的な市場であり、中間処理業者は価格受容者として行動すると考える。また販売市場におけるリサイクル企業の需要変動を z_t^g で表し、景気や流行などの外生的な要因の影響を受けるとし、確率的に変動すると仮定する。本モデルにおいて内生変数(内生的回収量 x_t^m 、買入れ価格 p_t^{gm} 、期末在庫量 I_t^m 、販売価格 p_t^{rm})と外生変数(外生的回収量 z_t^g 、需要変動 z_t^r)が決まるタイミングをまとめると図-4のようになる。図-4は t 期の期初に既知となる外生的回収量 z_t^g 、需要変動 z_t^r を与件として、内生変数が決まることを意味している。また t 期の期末在庫量と $t+1$ 期の期初在庫量は等しい。

(2) 回収業者の行動

t 期において回収業者は、買入れ価格 p_t^{gm} を与件として利潤 π_t^c を最大化するように内生的回収量 x_t^m を決める。内生的回収量 x_t^m の回収には、 $c_1^m(x_t^m)^2/2$ だけ回収費用がかかるとし、回収業者の最適化問題を、

$$\max_{x_t^m} \pi_t^c = p_t^{gm} X_t^m - \frac{c_1^m}{2} (x_t^m)^2 \quad (1)$$

ただし、

$$X_t^m = x_t^m + z_t^g \quad (2)$$

と定式化する。ただし c_1^m は正のパラメータである。式(2)の X_t^m は総回収量を表し、内生的回収量 x_t^m と外生的回収量 z_t^g との和で表す。式(1)の第1項においては回収量が内生的か外生的かに関わらず同じ買入れ価格で中間処理業者が買入れることを表す。右辺第2項は回収費用であり、内生的回収量に関して費用が増加すると仮定する。外生的回収量 z_t^g は行政回収や資源回収サー

ビスによる委託を想定しており、回収場所が明確なのに対して、内生的回収量は市中を巡回して回収するため回収量が増えるほど使用済み製品を見つけにくくなる状況を考えている。

回収業者の最適化問題(式(1),(2))から得られる t 期の総回収量 X_t^m は、

$$X_t^m = \frac{p_t^{gm}}{c_1^m} + z_t^g \quad (3)$$

となる。式(3)から買入れ価格が0の場合でも、外生的回収量 z_t^g が存在することによって総回収量は0にならない。すなわち、買入れ価格に関わらず、使用済み製品が排出される状況を表している。

(3) 中間処理業者の行動

t 期の中間処理業者は期待利潤の割引現在価値を無限期間について合計した値を最大化するように買入れ価格 p_t^{gm} 、期末在庫量 I_t^m を決めるとし、以下のように定式化する。

$$V(p_t^{gm}, I_{t-1}^m, z_t^g) = \max_{p_t^{gm}, I_t^m} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \{p_{\tau}^{rm} Y_{\tau}^m - p_{\tau}^{gm} X_{\tau}^m - c I_{\tau}^m\} \quad (4)$$

subject to

$$Y_t^m = I_{t-1}^m + X_t^m - I_t^m \quad (5)$$

$$I_t^m \geq 0 \quad (6)$$

ただし $E_t[\cdot]$ は t 期の期待オペレータ、 β は割引率($0 < \beta < 1$)、 c は期末在庫量の1単位を $t+1$ 期に持ち越すことにかかる在庫費用を表す非負のパラメータである。式(4)の右辺第1項は、販売市場において中間処理業者がリサイクル企業に使用済み製品を販売することにより得られる収益を表す。ただし販売量 Y_t^m は、式(5)に示すように、 t 期の期初在庫量に総回収量を足した値 $I_{t-1}^m + X_t^m$ から、 t 期の期末在庫量 I_t^m を引いた値とする。右辺第2項は買入れ費用を表し、前節で導出した回収業者の総回収量(式(3))に買入れ価格をかけた値を用いる。右辺第3項は在庫費用を表し、 t 期の期末在庫量に対して線形の在庫費用を考える。式(6)は期末在庫量に関する非負制約であり、バックオーダーは生じないと仮定する。

中間処理業者は販売価格 p_t^{rm} 、期初在庫量 I_{t-1}^m 、外生的回収量 z_t^g を与件として行動するとし、最適化問題(式(4)-(6)および式(3))から、買入れ価格 p_t^{gm} に関する最適化のための一階条件は、

$$p_t^{gm} = \frac{1}{2}(p_t^{rm} - c_1^m z_t^g) \quad (7)$$

となる。式(7)より、外生的回収量が多く回収費用 c_1 が大きいほど買入れ価格が下がることが確認できる。

次に中間処理業者の最適化問題から、期末在庫量 I_t^m に関する一階条件は下式のようなになる。

$$\begin{cases} p_t^{rm} > \beta E_t[p_{t+1}^{rm}] - c & \text{if } I_t^m = 0 \\ p_t^{rm} = \beta E_t[p_{t+1}^{rm}] - c & \text{if } I_t^m > 0 \end{cases} \quad (8)$$

式(8)は、 t 期に1単位の使用済み製品を在庫費用 c をかけて $t+1$ 期に持ち越したときの期待収益(右辺)が、 t 期の販売価格(左辺)より小さければ中間処理業者が持つ全ての使用済み製品を販売し、そうでなければ期末在庫として $t+1$ 期に持ち越す行動が最適になることを表す。ここで t 期の販売価格 p_t^{rm} が中間処理業者の販売量 Y_t^m と販売市場における需要変動 z_t^r から決まるとし、販売市場における逆需要関数を $P^{rm}(Y_t^m, z_t^r)$ とおくと、式(8)は、

$$\begin{cases} P^{rm}(Y_t^m, z_t^r) > \beta E_t[P^{rm}(Y_{t+1}^m, z_{t+1}^r)] - c & \text{if } I_t^m = 0 \\ P^{rm}(Y_t^m, z_t^r) = \beta E_t[P^{rm}(Y_{t+1}^m, z_{t+1}^r)] - c & \text{if } I_t^m > 0 \end{cases} \quad (9)$$

となり、販売市場における均衡条件式となる。ここで次のような線形の逆需要関数を考える。

$$\begin{aligned} p_t^{rl} &\equiv P^r(Y_t^l, z_t^r) \\ &= d_0^r - d_1^r Y_t^l + z_t^r \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 d_0, d_1 は非負のパラメータ、添字 l は $l \in \{m, d\}$ であり、市場回収システム($l = m$)または次章以降で用いる直接回収システム($l = d$, Direct Collection System)を表す。式(10)の需要変動 z_t^r は販売価格の変動であり、外生的回収量との比較を容易にするため、

$$z_t^r \equiv d_1 \epsilon_t^r \quad (11)$$

とおき、販売量に換算したときの需要変動を ϵ_t^r で表す。

式(3)、式(5),(7),(10)から総回収量

$$X_t^m = \frac{d_0 - d_1(I_{t-1}^m - I_t^m) + c_1^m z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{2c_1^m + d_1} \quad (12)$$

が求まる。式(12)より、 t 期の外生的回収量、需要変動が大きいほど、総回収量は多くなることがわかる。また式(10)、(12)、式(9)の均衡条件式は下式のようなになる。

$$\begin{cases} A^m > s_t^m - I_t^m - \beta E_t[s_{t+1}^m - I_{t+1}^m] & \text{if } I_t^m = 0 \\ A^m = s_t^m - I_t^m - \beta E_t[s_{t+1}^m - I_{t+1}^m] & \text{if } I_t^m > 0 \end{cases} \quad (13)$$

ただし、

$$A^m = (1 - \beta) \frac{d_0}{d_1} + \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{2c_1^m} \right) c$$

$$s_t^m = I_{t-1}^m + \frac{1}{2} z_t^g - \epsilon_t^r$$

とおいた。 s_t^m は t 期の期初在庫量に外生的回収量 z_t^g を足した供給可能量から需要変動 ϵ_t^r をひいた変数であり、外生的な要因による供給可能量を表す。式(13)から導かれる最適在庫量 I_t^m は次の性質を満たす。

命題1 t 期の状態変数が s_t^m で式(13)を満たす最適在庫量を $I_t^{m*} = f^m(s_t^m)$ としたとき、 $f^m(s_t^m)$ は次の性質

を満たす。

$$0 \leq \frac{df^m(s_t^m)}{ds_t^m} \leq 1 \quad (14)$$

証明 付録1 参照

式(13)には関数形が未知の変数 $E_t[I_{t+1}^m]$ が含まれ、解析的な解の導出が難しい。そこで式(13)を満たす最適在庫量を I_t^{m*} とおいて分析を進める。販売市場における中間処理業者の均衡販売価格 p_t^{m*} は、

$$p_t^{m*} = \frac{2c_1^m \{d_0 - d_1(I_{t-1}^m - I_t^{m*}) - \frac{d_1}{2} z_t^g + d_1 \epsilon_t^r\}}{2c_1^m + d_1} \quad (15)$$

となる。ただし販売市場においては式(9)の均衡条件を満たすように決まるため均衡販売価格および均衡販売量と呼ぶ。このとき、最適買入価格 p_t^{gm*} は、

$$p_t^{gm*} = \frac{c_1^m \{d_0 - d_1(I_{t-1}^m - I_t^{m*}) - (c_1^m + d_1) z_t^g + d_1 \epsilon_t^r\}}{2c_1^m + d_1} \quad (16)$$

このとき均衡販売量 Y_t^{m*} は、

$$Y_t^{m*} = \frac{d_0 + 2c_1^m(I_{t-1}^m - I_t^{m*}) + c_1^m z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{2c_1^m + d_1} \quad (17)$$

となる。式(12)の在庫量 I_t^m を I_t^{m*} で置き換えた最適総回収量と均衡販売量(式(17))との比較から、最適総回収量と均衡販売量の違いは在庫量変化 ($I_{t-1}^m - I_t^{m*}$) に関する係数の違いから生じることがわかる。

(4) 外生的変動に対する市場回収システムの反応

a) 外生的回収量に対する反応

外生的回収量の変動が均衡販売量と最適総回収量の変動にもたらす影響を明らかにする。前節で導出した均衡販売量(式(17))と最適総回収量(式(12))の両辺をそれぞれ全微分し、 $dI_{t-1}^m = 0, d\epsilon_t^r = 0$ とおくと下式が得られる。

$$\frac{dY_t^{m*}}{dz_t^g} = \frac{c_1^m}{2c_1^m + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) \geq 0 \quad (18)$$

$$\frac{dX_t^{m*}}{dz_t^g} = \frac{1}{2c_1^m + d_1} \left(c_1^m + \frac{d_1}{2} \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) > 0 \quad (19)$$

ただし、式(18),(19)の符号は命題1から導かれる。これらの式から、外生的回収量の増加に対して販売量、総回収量はともに増加することがわかる。外生的回収量の変化に対する販売量と総回収量の変化の大きさを比較するため、式(18)と(19)との差をとると下式のようなになる。

$$\left| \frac{dY_t^{m*}}{dz_t^g} \right| - \left| \frac{dX_t^{m*}}{dz_t^g} \right| = -\frac{1}{2} \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m} \leq 0 \quad (20)$$

式(20)は常に0以下であり、外生的回収量の変動に対して販売量よりも総回収量の方が大きく変動することがわかる。

次に、外生的回収量の変動が均衡販売価格と最適買入価格の変動にもたらす影響を明らかにする。均衡販売

価格(式(15)),(16)の両辺をそれぞれ全微分し、 $dI_{t-1}^m = 0, d\epsilon_t^r = 0$ とおくと、

$$\frac{dp_t^{m*}}{dz_t^g} = \frac{-c_1^m d_1}{2c_1^m + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) \leq 0 \quad (21)$$

$$\frac{dp_t^{gm*}}{dz_t^g} = \frac{-c_1^m d_1}{2c_1^m + d_1} \left\{ 2 \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) + \left(\frac{c_1^m}{d_1} + \frac{1}{2}\right) \right\} < 0 \quad (22)$$

となり、外生的回収量の増加に対しては均衡販売価格、最適買入価格ともに下がる。ここで外生的回収量の変化に対する均衡販売価格、最適買入価格の変化の大きさを比較するため、式(21)と式(22)について、それぞれの絶対値で差をとったものは、

$$\left| \frac{dp_t^{m*}}{dz_t^g} \right| - \left| \frac{dp_t^{gm*}}{dz_t^g} \right| = -\frac{c_1^m d_1}{2c_1^m + d_1} \left(\frac{c_1^m}{d_1} + \frac{1}{2} \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) < 0 \quad (23)$$

となる。すなわち、外生的回収量の変化に対しては均衡販売価格よりも最適買入価格の方が変化が大きく、外生的回収量の増加に対して最適買入価格の方が下がりやすい。これらの結果より、買入市場に生じた外生的回収量の変動は、販売市場よりも買入市場の買入価格や取引量に対して常に大きな影響を与えることが示された。

b) 販売市場における需要変動に対する反応

販売市場に生じた需要変動が均衡販売量と最適総回収量の変動にもたらす影響を明らかにする。前節で導出した均衡販売量(式(17))と最適総回収量(式(12))の両辺をそれぞれ全微分し、ここでは需要変動以外に外生的な変動要因はないものとして $dz_t^g = 0, dI_{t-1}^m = 0$ とおくと、下式が得られる。

$$\frac{dY_t^{m*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{d_1}{2c_1^m + d_1} \left(1 + \frac{2c_1^m}{d_1} \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) > 0 \quad (24)$$

$$\frac{dX_t^{m*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{d_1}{2c_1^m + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) \geq 0 \quad (25)$$

これらの式から、販売市場における需要の増加に対して均衡販売量、最適総回収量はともに増加することがわかる。次に販売市場における需要変動に対する均衡販売量、最適総回収量の反応の大きさを比較するために、式(24)から(25)を引くと、

$$\left| \frac{dY_t^{m*}}{d\epsilon_t^r} \right| - \left| \frac{dX_t^{m*}}{d\epsilon_t^r} \right| = \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m} \geq 0 \quad (26)$$

となる。命題1より式(26)は常に0以上であり、販売市場に生じた需要変動は最適総回収量よりも均衡販売量を大きく変化させることがわかる。

次に需要変動に対する均衡販売価格(式(15)), 最適買入価格(式(16))の両辺を全微分して $dz_t^g = 0, dI_{t-1}^m = 0$ とおくと、下式が得られる。

$$\frac{dp_t^{m*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{2c_1^m d_1}{2c_1^m + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) \geq 0 \quad (27)$$

$$\frac{dp_t^{gm*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{c_1^m d_1}{2c_1^m + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) \geq 0 \quad (28)$$

式 (27), (28) から, 販売市場における需要の増加に対し均衡販売価格, 最適買入価格はともに増加することが確認された. 需要変動に対する均衡販売価格, 最適買入価格の変動の大きさを比較するために, 式 (27), (28) の差をとると,

$$\left| \frac{dp_t^{rm*}}{d\epsilon_t^r} \right| - \left| \frac{dp_t^{gm*}}{d\epsilon_t^r} \right| = \frac{c_1^m d_1}{2c_1^m + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{m*}}{ds_t^m}\right) \geq 0 \quad (29)$$

となる. 式 (29) からは, 需要変動に対して最適買入価格よりも均衡販売価格の方が大きく変動することがわかる. 以上の結果より, 販売市場に生じた需要変動は, 最適買入価格よりも販売市場における均衡販売価格, 均衡販売量を大きく変動させることが示された. 外生的回収量に関する結果と合わせて考えると, 外生的回収量や需要変動といった外生的な変動要因は, その変動が生じた市場に大きな影響を与えることがわかった.

3. 直接回収システムの定式化

(1) モデルの枠組み

直接回収システムにおいては中間処理業者が代表的な一社存在し, 自らが使用済み製品の回収からリサイクル企業への販売までを行う. 直接回収システムにおける在庫費用 c , リサイクル企業の需要関数 (式 (10)) および外生的回収量 z_t^g , 需要変動に関するパラメータ (式 (11)) は市場回収システムと同じパラメータを使用する. ただし, 内生的回収量 x_t^d にかかる回収費用のパラメータ c_1^d だけは市場回収システムと区別する. ここで添字の d は, 直接回収システム (Direct Collection System) を表す. 販売市場は競争の市場であり, 中間処理業者は価格受容者として行動すると仮定する. すなわち t 期において中間処理業者は販売価格 p_t^d , 期初在庫量 I_{t-1}^d と外生的回収量 z_t^g , 需要変動 z_t^r を与件として, 内生的回収量 x_t^d , 期末在庫量 I_t^d を決める.

(2) 中間処理業者の行動

直接回収システムにおいて中間処理業者は, 割引現在価値に換算された期待利潤を将来の無限期間に渡って合計したものを最大化するように, 各期の内生的回収量 x_t^d , 期末在庫量 I_t^d を決めるとして以下のように定式化する.

$$V(p_t^{rd}, I_{t-1}^d, z_t^g) = \max_{x_t^d, I_t^d} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \left\{ p_{\tau}^{rd} Y_{\tau}^d - \frac{c_1^d}{2} (x_{\tau}^d)^2 - c I_{\tau}^d \right\} \quad (30)$$

subject to

$$Y_t^d = I_{t-1}^d + X_t^d - I_t^d \quad (31)$$

$$X_t^d = x_t^d + z_t^g \quad (32)$$

$$I_t^d \geq 0 \quad (33)$$

式 (30) より, 第 1 項が販売市場において使用済み製品を販売することの収益, 第 2 項は内生的回収量 x_t^d の回収にかかる回収費用である. 第 3 項は 1 単位の使用済み製品を次期に持ち越すときにかかる在庫費用である. 式 (31) は, t 期の期初在庫量 I_{t-1}^d と総回収量 X_t^d を足したもから, 期末在庫量 I_t^d を引いたものが販売量 Y_t^d になることを表している. ただし t 期の総回収量 X_t^d は, 式 (32) に示すように内生的回収量と外生的回収量の合計である. 式 (33) は期末在庫量の非負制約であり, バックオーダーがないことを表す.

直接回収システムにおける中間処理業者の最適化問題 (式 (30)-(33)) から, 内生的回収量 x_t^d に関する一階条件より, 最適な総回収量は,

$$X_t^d = \frac{p_t^{rd}}{c_1^d} + z_t^g \quad (34)$$

となる. 式 (34) より, 販売価格の上昇または外生的回収量の増加によって総回収量は増加することがわかる. ここで前章で定義した逆需要関数 (式 (10)) と式 (34) から, 販売価格 p_t^{rd} は,

$$p_t^{rd} = \frac{c_1^d \{d_0 - d_1(s_t^d - I_t^d)\}}{c_1^d + d_1} \quad (35)$$

ただし,

$$s_t^d = I_{t-1}^d + z_t^g - \epsilon_t^r$$

である. 式 (35) から期初在庫量, 外生的回収量が大きいほど販売価格は低くなることが確認できる.

次に中間処理業者の最適化問題 (式 (30)-(33)) から期末在庫量 I_t^d に関する最適化のための一階条件は下式のようなになる.

$$\begin{cases} p_t^{rd} > \beta E_t[p_{t+1}^{rd}] - c & \text{if } I_t^d = 0 \\ p_t^{rd} = \beta E_t[p_{t+1}^{rd}] - c & \text{if } I_t^d > 0 \end{cases} \quad (36)$$

式 (36) は, 使用済み製品を次期に持ち越したときに得られる期待販売価格から在庫費用を引いた値 (右辺) が, 現在の販売価格 (左辺) よりも低ければ当該期に期末在庫は保持しないことを意味する. ここで販売価格 (式 (34)) を式 (36) に代入して整理すると, 下式のような均衡条件式を導くことができる.

$$\begin{cases} A^d > s_t^d - I_t^d - \beta E_t[s_{t+1}^d - I_{t+1}^d] & \text{if } I_t^d = 0 \\ A^d = s_t^d - I_t^d - \beta E_t[s_{t+1}^d - I_{t+1}^d] & \text{if } I_t^d > 0 \end{cases} \quad (37)$$

ただし,

$$A^d = (1-\beta)\frac{d_0}{d_1} + \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{c_1^d}\right)c$$

式 (37) は期末在庫量 I_t^d に関する相補性問題となっている。式 (37) を満たす最適在庫量 I_t^{d*} は次の性質を満たす。

命題 2 t 期の状態変数が s_t^d で式 (37) を満たす最適在庫量を $I_t^{d*} = f^d(s_t^d)$ としたとき, $f^d(s_t^d)$ は次の性質を満たす。

$$0 \leq \frac{df^d(s_t^d)}{ds_t^d} \leq 1 \quad (38)$$

証明 付録 1 参照

今, 式 (37) 中に含まれる $t+1$ 期の最適在庫量 $E_t[I_{t+1}^d]$ の関数形は未知であり, 解析的に解くことが難しい。そこで最適在庫量 I_t^{d*} において最適総回収量, 均衡販売量の定性的な性質を明らかにする。

総回収量 (式 (34)) と販売価格 ((35)) から, 最適な総回収量 X_t^{d*} は,

$$X_t^{d*} = \frac{d_0 - d_1(I_{t-1}^d - I_t^{d*}) + c_1^d z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{c_1^d + d_1} \quad (39)$$

となる。また販売量に関する式 (31) と最適総回収量 (式 (39)) から, 最適な販売量 X_t^{r*} は,

$$Y_t^{d*} = \frac{d_0 + c_1^d(I_{t-1}^d - I_t^{d*}) + c_1^d z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{c_1^d + d_1} \quad (40)$$

となる。

(3) 外生的変動に対する直接回収システムの反応

a) 外生的回収量に対する反応

外生的回収量の変動が均衡販売量と最適総回収量の変動にもたらす影響を明らかにする。均衡販売量 (式 (40)) および最適総回収量 (式 (39)) の両辺をそれぞれ全微分し, $dI_{t-1}^d = 0, d\epsilon_t^r = 0$ とおくと下式が得られる。

$$\frac{dY_t^{d*}}{dz_t^g} = \frac{c_1^d}{c_1^d + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d}\right) \geq 0 \quad (41)$$

$$\frac{dX_t^{d*}}{dz_t^g} = \frac{1}{c_1^d + d_1} \left(c_1^d + d_1 \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d}\right) > 0 \quad (42)$$

ただし, 式 (41),(42) の符号は命題 2 から導かれる。これらの式から, 外生的回収量の増加に対して均衡販売量, 最適総回収量は増加することがわかる。外生的回収量の変化に対する均衡販売量と最適総回収量の変動の大きさを比較するために, 式 (41) と (42) との差をとると下式のようなになる。

$$\left|\frac{dY_t^{d*}}{dz_t^g}\right| - \left|\frac{dX_t^{d*}}{dz_t^g}\right| = -\frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d} \leq 0 \quad (43)$$

式 (43) は常に 0 以下であり, 外生的回収量の変化に対して均衡販売量よりも最適総回収量の方が大きく変化することがわかる。

次に, 外生的回収量の変動が均衡販売価格の変動にもたらす影響を明らかにする。均衡販売価格 (式 (35)) の両辺を全微分し, $dI_{t-1}^d = 0, d\epsilon_t^r = 0$ とおくと,

$$\frac{dp_t^{rd*}}{dz_t^g} = \frac{-c_1^d d_1}{c_1^d + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d}\right) \leq 0 \quad (44)$$

となる。すなわち外生的回収量の増加に対して, 均衡販売価格は下がることが確認できる。

b) 販売市場における需要変動に対する反応

販売市場に生じた需要変動が均衡販売量, 最適総回収量の変動にもたらす影響を明らかにする。前項と同様に均衡販売量 ((40)) と最適総回収量 (式 (39)) の両辺をそれぞれ全微分し, $dz_t^g = 0, dI_{t-1}^d = 0$ とおくと, 下式が得られる。

$$\frac{dY_t^{d*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{d_1}{c_1^d + d_1} \left(1 + \frac{c_1^d}{d_1} \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d}\right) > 0 \quad (45)$$

$$\frac{dX_t^{d*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{d_1}{c_1^d + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d}\right) \geq 0 \quad (46)$$

これらの式から, 販売市場における需要の増加に対して均衡販売量, 最適総回収量はともに増加することがわかる。販売市場における需要変動に対する均衡販売量と最適総回収量の反応の大きさを比較するために, 式 (45) から (46) を引くと,

$$\left|\frac{dY_t^{d*}}{d\epsilon_t^r}\right| - \left|\frac{dX_t^{d*}}{d\epsilon_t^r}\right| = \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d} \geq 0 \quad (47)$$

となる。命題 2 より式 (47) は常に 0 以上であり, 販売市場に生じた需要変動は総回収量よりも販売量を大きく変化させることがわかる。外生的回収量の影響に関する前項の結果と合わせて考えると, 市場回収システムのとくと同様に, 外生的回収量や需要変動といった外生的な変動要因はその変動が生じた市場に, より大きく影響することがわかった。

次に需要変動に対する均衡販売価格の変動は式 (35) の両辺を全微分して $dz_t^g = 0, dI_{t-1}^d = 0$ とおくと, 下式が得られる。

$$\frac{dp_t^{rd*}}{d\epsilon_t^r} = \frac{c_1^d d_1}{c_1^d + d_1} \left(1 - \frac{dI_t^{d*}}{ds_t^d}\right) \geq 0 \quad (48)$$

式 (48) から, 販売市場における需要の増加に対して均衡販売価格は増加することが確認された。

アルゴリズム

Step 0. 初期値の設定.

Collocation 係数の初期値 $\mathbf{c}^{(0)}$ を与える.

Step 1. 最適在庫量 $\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}(k)*}$ の算出.

Fukushima 型のメリット関数²⁴⁾を用いて下式を満たす期末在庫量 $\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}(k)*}$ を求める

$$\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}(k)*} \mathbf{G}(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}(k)}) = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}(k)} \geq \mathbf{0},$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}(k)}) =$$

$$\mathbf{A}^{\mathbf{m}} - \mathbf{s}_t^{\mathbf{m}} + \mathbf{I}_t^{\mathbf{m}(k)} - E_t[\Phi_t(\mathbf{s}_{t+1}^{\mathbf{m}})\mathbf{c}^{(k)}] \geq \mathbf{0}$$

Step 2. Collocation 係数ベクトルの更新.

下式に従って Collocation 係数ベクトルを更新する (Function Iteration 法²⁵⁾を用いる).

$$\mathbf{c}^{(k+1)} = \Phi_t(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}})^{-1}(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}} - \mathbf{I}_t^{\mathbf{m}(k)*})$$

Step 3. 収束判定

Collocation 係数ベクトルの全ての要素について収束条件,

$$\max |c_i^{(k+1)} - c_i^{(k)}| < \zeta, \quad \forall i$$

を判定する. 条件を満たしたら終了. 満たさなかったら $k := k + 1$ として Step 1 へ戻る.

4. 外生的回収量, 需要変動に対する反応の回収システム間の比較

(1) 数値解析の設定

2つの回収システムにおける均衡条件式(式(9), 式(37))に含まれる $t+1$ 期の期末在庫量 $E_t[I_{t+1}^{\mathbf{m}}]$ と $E_t[I_{t+1}^{\mathbf{d}}]$ の関数形が未知であるため, これらの式から期末在庫量 $I_t^{\mathbf{m}}$ と $I_t^{\mathbf{d}}$ を解析的に解くことが難しい. そこで本研究では未知の関数形をスプライン補間法などを用いて近似して数値的に解を求める Collocation 法を用いる²⁵⁾. 本研究においては市場回収システムの均衡条件式(9)を上記のアルゴリズムに従って最適在庫量を導く. 同様のアルゴリズムは直接回収システムの均衡条件式(式(37))に対しても適用できる.

はじめに市場回収システムにおける t 期の状態変数 $\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}}$ が取り得る値の $n \times 1$ の状態変数ベクトル $\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}}$, と $\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}}$ の各要素に対応した $n \times 1$ の期末在庫量ベクトル $\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}}$ を次のように定義する.

$$\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} s_{t,1}^{\mathbf{m}} \\ s_{t,1}^{\mathbf{m}} \\ \vdots \\ s_{t,n}^{\mathbf{m}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{I}_t^{\mathbf{m}} = \begin{pmatrix} I_{t,1}^{\mathbf{m}} \\ I_{t,2}^{\mathbf{m}} \\ \vdots \\ I_{t,n}^{\mathbf{m}} \end{pmatrix} \quad (49)$$

次に Collocation 法で用いる $n \times 1$ の Collocation 係数

ベクトル \mathbf{c} , 状態変数ベクトル $\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}}$ の各要素に対応した $n \times 1$ の基底ベクトル $\phi_i(s_{t,i}^{\mathbf{m}})$, 基底行列 $\Phi(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}})$ を下式のように定義する.

$$\phi_i(s_{t,i}^{\mathbf{m}}) = \begin{pmatrix} \{\phi_i(s_{t,i}^{\mathbf{m}})\}_1 \\ \{\phi_i(s_{t,i}^{\mathbf{m}})\}_2 \\ \vdots \\ \{\phi_i(s_{t,i}^{\mathbf{m}})\}_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}, \quad (50)$$

$$\Phi(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}})' = [\phi_1(s_{t,1}^{\mathbf{m}}) \quad \phi_2(s_{t,2}^{\mathbf{m}}) \quad \dots \quad \phi_n(s_{t,n}^{\mathbf{m}})]$$

ただし, 基底ベクトル $\phi(s_{t,i}^{\mathbf{m}})$ にはスプライン補間や Chebyshev の多項式補間などの関数形を使用する. これらの式(49),(50)を用いて, 式(9)中の $E_t[s_{t+1}^{\mathbf{m}} - I_{t+1}^{\mathbf{m}}]$ を下式のように近似する.

$$\mathbf{s}_{t+1}^{\mathbf{m}} - \mathbf{I}_{t+1}^{\mathbf{m}} = \Phi_t(\mathbf{s}_{t+1}^{\mathbf{m}})\mathbf{c} \quad (51)$$

ただし, Collocation 法は強い非線形を示す最適在庫量を近似した場合, 計算に時間がかかることが指摘されているため²⁵⁾, 本研究では $E_t[I_{t+1}^{\mathbf{m}}]$ ではなく $E_t[s_{t+1}^{\mathbf{m}} - I_{t+1}^{\mathbf{m}}]$ を近似した. 式(49)-(51)を用いると, 式(9)は下式のように表すことができる.

$$\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}} \mathbf{G}(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}}) = \mathbf{0},$$

$$\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}} \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{s}_t^{\mathbf{m}}) = \mathbf{A}^{\mathbf{m}} - \mathbf{s}_t^{\mathbf{m}} + \mathbf{I}_t^{\mathbf{m}} - E_t[\Phi_t(\mathbf{s}_{t+1}^{\mathbf{m}})\mathbf{c}] \geq \mathbf{0} \quad (52)$$

ただし, $\mathbf{A}^{\mathbf{m}}$ は各要素が $A^{\mathbf{m}}$ の $n \times 1$ のベクトル, $\mathbf{0}$ は各要素が0の $n \times 1$ のベクトルである. 以上の定式化から上述のようなアルゴリズムに従って Collocation 係数ベクトル \mathbf{c} と最適在庫量 $\mathbf{I}_t^{\mathbf{m}}$ を求める.

(2) 最適な在庫量と総回収量の比較

外生的回収量は, 期待値を表す正のパラメータ μ と, 製品寿命や消費者の消費行動によって決まる外生的な変動の合計で表されるとし,

$$z_t^g = \mu + \epsilon_t^g, \quad \epsilon_t^g \sim N(0, \sigma_g^2)$$

とおく. ただし, ϵ_t^g は平均0, 標準偏差 σ_g の正規分布に従うと仮定する. また, 販売市場の需要に生じた変動はリサイクル企業を取り巻く景気や流行などの要因によって生じる変動とし,

$$z_t^r = d_1 \epsilon_t^r, \quad \epsilon_t^r \sim N(0, \sigma_r^2)$$

とおく. ただし, ϵ_t^r は平均0, 標準偏差 σ_r の正規分布に従う変動を表す.

はじめに需要変動がなく, 外生的回収量のみに変動が生じる場合において期初在庫量, 外生的回収量と最適在庫量との関係を明らかにする ($\sigma_r = 0$). 図-5は表-1の設定の下での市場回収システムについて, 横軸に期初に実現した外生的回収量 ϵ_t^g と期初在庫量 I_{t-1} をとり, 縦軸に最適在庫量 I_t^* をとったものである. 図-5中の黒いメッシュは市場回収システム, 青いメッシュは直接回収

表-1 数値計算の設定

パラメータ	値	パラメータ	値
c_1	1.0	d_0	100
μ	10.0	d_1	1.0
σ_g	0	β	0.98
σ_r	0	c	0.1

システムの最適在庫量を表している。この図から、市場回収システム、直接回収システムともに、外生的回収量、期初在庫量が多いほど最適在庫量は多くなることがわかる。すなわち、各期の期初に中間処理業者が持つ使用済み製品が多いほど、次期に残す在庫量も多くなる。

また図-5から、外生的回収量が変化したときに直接回収システムにおける最適在庫量の方が変化しやすいことがわかる。すなわち外生的回収量が期待値よりも大きくなった場合 ($\epsilon_t^g > 0$)、外生的回収量と期初在庫量の同じ実現値に関して、直接回収システムの方が在庫を持ちやすく、外生的回収量が期待値よりも小さい場合 ($\epsilon_t^g < 0$)、外生的回収量と期初在庫量の同じ実現値に関して、市場回収システムの方が在庫を持ちやすい。これは市場回収システムの均衡条件式 (13) において外生的回収量 z_t^g は状態変数 s_t^m のみに表れ、係数は $1/2$ である一方で、直接回収システム (式 (37)) においても状態変数 s_t^d のみに外生的回収量 z_t^g は表れ係数は 1 である。したがって、市場回収システムよりも直接回収システムの方が外生的回収量が均衡条件式にもたらす影響は大きく、最適在庫量の変化も大きくなるといえる。

市場回収システムと直接回収システムの状態変数に表れる外生的回収量の係数が異なるのは、市場回収システムにおける中間処理業者が回収業者の供給関数と与件として、自らの買入れ価格を自由に調整できる需要独占的な状況を仮定しているためである。需要独占的な状況では中間処理業者がより多くの使用済み製品を需要するほど価格をつり上げる必要があるため、回収費用 c_1^m が回収量に、より大きく影響するようになる。これは、式 (12), (39) 中のそれぞれの分母に含まれる c_1^m と c_1^d の係数が異なることから確認でき、市場回収システムの方が最適回収量は少なくなる。そのため全体の最適回収量が少なくなったため、外生的回収量が最適在庫量にもたらす影響も小さくなったといえる。このことは期初在庫量、外生的回収量と最適総回収量との関係を示した図-6からも確認できる。すなわち図-6中の青いメッシュで示された直接回収システムの最適総回収量よりも、黒いメッシュで示された市場回収システムの最適総回収量の最適総回収量は常に小さい。そ

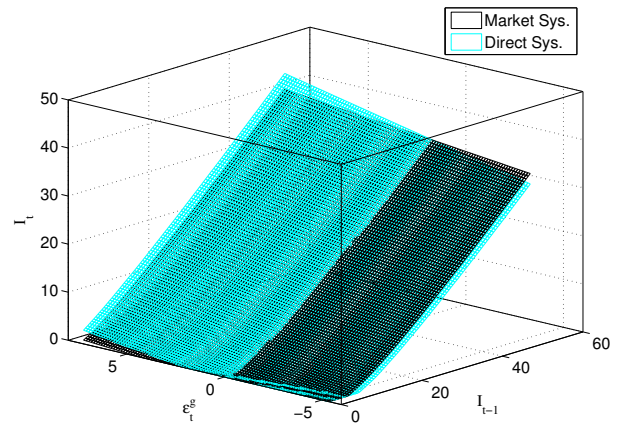


図-5 2つの回収システムにおける最適在庫量

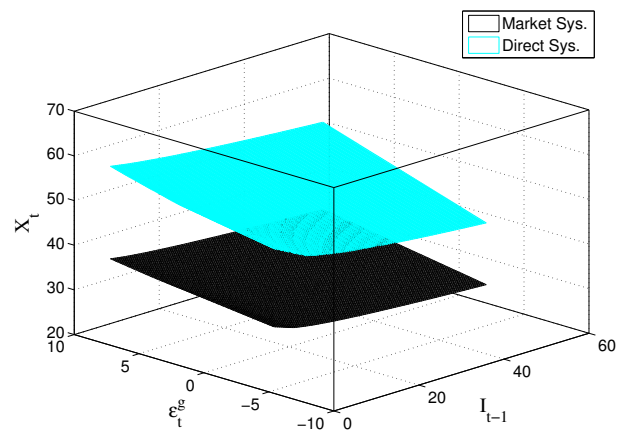


図-6 2つの回収システムにおける最適総回収量

それぞれの回収システムにおける共通の性質として、外生的回収量が多いほど最適総回収量は多く、期初在庫量が多いほど最適総回収量は少なくなることが確認された。すなわち外生的回収量の増加によって最適総回収量が増えてしまうことはあるが、期初在庫量の増加に対しては最適総回収量を少なくすることによって最適在庫量を調整することが中間業者の最適行動であることがわかる。

a) 外生的回収量, 需要変動に対する最適回収量, 均衡販売量の反応

表-1のもとで需要変動と外生的回収量の標準偏差を、それぞれ 0 から 2 の範囲で変化させ、シミュレーションを行った結果を図-7に示す ($[\sigma_g \ \sigma_r] = [0 \ 0], [0 \ 0.5], [0 \ 1.0], \dots, [2.0 \ 1.5], [2.0 \ 2.0]$)。300期のシミュレーションを3000回行い、各シミュレーションについて回収量の標準偏差を算出し、その平均値をとったものを示す。ただし算出したシミュレーションの平均値が初期値に依存して変わるのを防ぐため、101期から300期までのデータを使用して最適総回収量の平均

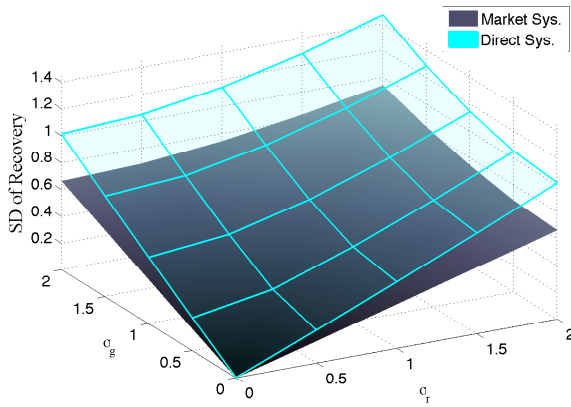


図-7 外生的回収量，需要変動の大きさと最適総回収量の標準偏差の平均値との関係

値，標準偏差を算出している。

図-7から，外生的回収量と需要変動の分散が大きくなるほど，最適総回収量の変動も大きくなることが確認できる。また，同じ外生的回収量と需要変動の分散の値に対して，市場回収システムよりも直接回収システムの最適総回収量の方が，より大きく変動することがわかる。これは市場回収システムと直接回収システムのそれぞれにおける最適総回収量(式(12), (39))に含まれる外生的回収量 z_g^d と需要変動 e_t^d の係数が市場回収システムよりも直接回収システムの方が大きいことが主要因である。この違いは市場回収システムにおいては，中間業者が価格を自由に決められるが，自分の需要量に応じて価格を上げなければならないため，最適総回収量が小さくなるためである。

b) 回収業者の回収効率の上昇が市場回収システムにもたらす影響

市場回収システムにおいては，回収業者が回収を専門的に行っているため，直接回収システムよりも回収費用は低コストであると考えられる。図-8は，直接回収システムと市場回収システムにおける回収費用の比率 c_1^m/c_1^d ，需要関数の傾きと最適総回収量の平均値との関係を示したものである。ただし，図-7と同様に300期3000回のシミュレーションを行い，それぞれのシミュレーションでの最適総回収量の平均値を平均した値を表示している。ここでは直接回収システムを表-1の設定の基で回収費用を固定し($c_1^d = 1.0$)した場合と，市場回収システムにおいて回収費用を0から1の範囲で変えたものを比較している。図-8から直接回収システムに対して市場回収システムの回収費用が小さい場合，市場回収システムにおいて，より多くの最適総回収量が達成される。これは2つの回収システムの最適総回収量を決める大きな要因が，式(12), (39)中の分母に含まれる c_1^m と c_1^d の係数の違いであり，市場回収システム

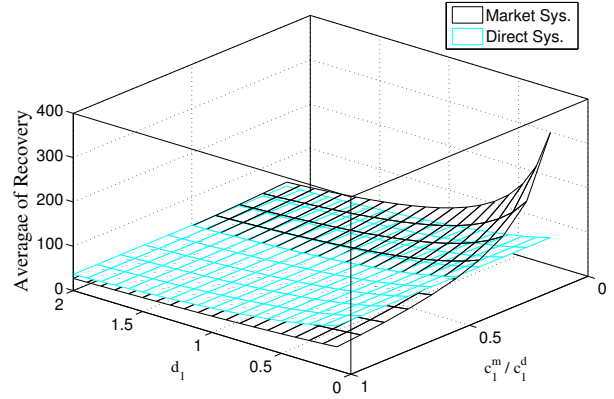


図-8 費用比率，需要関数の傾きと最適総回収量の平均値の関係

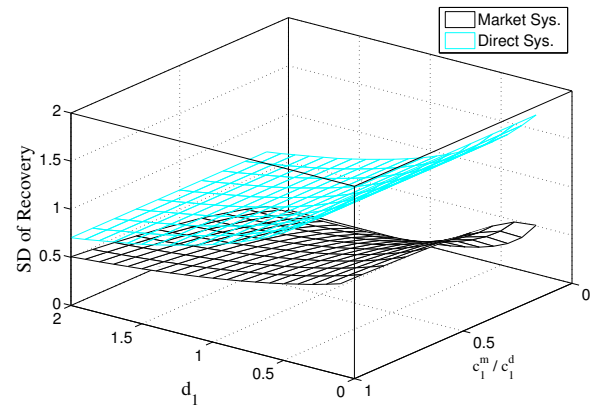


図-9 費用比率，需要関数の傾きと最適総回収量の標準偏差の関係

における回収費用が小さくなることによって，2つの最適総回収量の差は縮まるためである。

図-9から直接回収システムよりも市場回収システムにおける最適総回収量の変動は小さく，より安定した回収がなされていることが確認できる。これは在庫量については，式(13), (37)の均衡条件式における係数 s_t^m, s_t^d のそれぞれにおける z_t^d の係数は回収効率によって変わらないため，外生的回収量に対する最適在庫量の反応は回収効率を変化させても変わらない。したがって，回収効率に変化しても在庫調整によって緩和される最適総回収量の変動は変わらないため，外生的回収量に対して市場回収システムの最適総回収量が反応しにくいという性質が保たれる。以上から，回収業者が専門的に回収を行うことによって，中間処理業者が回収を行うときよりも回収費用が小さくてすむ場合は，市場回収システムによって安定し，かつ，より多くの最適総回収量を達成できることがわかる。

5. 結論

本研究では外生的回収量と販売市場の需要に生じた変動が回収量や価格にもたらす影響を明らかにした。また、これらの変動に対する市場回収システムと直接回収システムのそれぞれの反応を比較した結果、次の共通の性質が見られることが明らかになった。

- (a) 外生的回収量の変動によって、販売量よりも総回収量の方が大きく変動する。
- (b) 需要変動によって、総回収量よりも販売量の方が大きく変動する。

また回収システムの比較から、次の点が明らかになった。

- (a) 市場回収システムよりも直接回収システムの方が、需要変動や、外生的回収量の変動に対して総回収量、需要量は大きく変動する傾向がある。
- (b) 中間処理業者よりも回収業者の方が低コストで回収できる条件においては、市場回収システムの方が、より多くかつ安定した総回収量が達成できることが明らかになった。

謝辞： 本研究は学術振興会、科学研究費補助金、若手研究（B）（課題番号：22760381）を受けた研究の一部である。記して感謝の念を表す。

付録 I 命題 1 の証明

背理法によって命題 1 が成り立つことを示す。まず、

$$\frac{df^m(s_t^m)}{ds_t^m} < 0 \quad (\text{I.1})$$

と仮定する。式 (I.1) より、十分に小さな実数 δ について

$$\frac{f^{m*}(s_t^m + \delta) - f^{m*}(s_t^m)}{\delta} < 0 \quad (\text{I.2})$$

が成立する。ここで、最適化のための一階条件式 (13) の上式を満たすような s_t^{m0} を考えたとき、 $f(s_t^{m0}) = 0$ となる。このとき式 (I.2) から

$$f^{m*}(s_t^{m0} + \delta) < 0 \quad (\text{I.3})$$

となり、在庫量の非負条件式 (6) を満たさなくなってしまう矛盾が生じる。したがって、

$$\frac{df^m(s_t^m)}{ds_t^m} \geq 0 \quad (\text{I.4})$$

となる。次に、

$$\frac{df^m(s_t^m)}{ds_t^m} > 1 \quad (\text{I.5})$$

と仮定する。式 (13) より、 $I_t^m > 0$ のときには、

$$f^m(s_t^m) = s_t^m - A^m - \beta E_t[s_{t+1}^m - I_{t+1}^m] \quad (\text{I.6})$$

が成立する。式 (I.6) の両辺を s_t^m について微分すると、

$$\frac{df^m(s_t^m)}{ds_t^m} = 1 - \beta E_t \left[\left(1 - \frac{dI_{t+1}^m}{ds_{t+1}^m} \right) \frac{ds_{t+1}^m}{ds_t^m} \right] \quad (\text{I.7})$$

となる。ただし式 (I.2) より $ds_{t+1}^m/ds_t^m = dI_{t+1}^m/ds_t^m \geq 0$ であるため、式 (I.7) が式 (I.5) を満たすためには、

$$\frac{dI_{t+1}^m}{ds_{t+1}^m} < 1 \quad (\text{I.8})$$

とならなければならない。しかし、式 (I.8) は式 (I.5) と矛盾する。以上より、

$$0 \leq \frac{df^m(s_t^m)}{ds_t^m} \leq 1 \quad (\text{I.9})$$

が成立する。命題 2 についても同様の手順で証明することができる。

参考文献

- 1) 環境省、経済産業省：使用済み小型家電からのレアメタルの回収および適正処理に関する研究会 とりまとめ、2011。
- 2) 環境省：小型電気電子機器リサイクル制度の在り方について（案）、(<http://www.env.go.jp/press/press.php?serial=14637>), 2011。
- 3) 公益財団法人 古紙再生促進センター：古紙ハンドブック 2010, 2011。
- 4) Stromberg, P.: Market Imperfections in Recycling Markets: Conceptual Issues and Empirical Study of Price Volatility in Plastics, *Resources, Conservation and Recycling*, Vol. 41, pp. 339-364, 2004.
- 5) Lavee, D., Regev, U. and Zemel, A.: The Effect of Recycling Price Uncertainty on Municipal Waste Management Choices, *Journal of Environmental Management*, Vol. 90, pp. 3599-3606, 2009.
- 6) 藤井実, 村上進亮, 南齋規介, 橋本征二, 森口祐一, 中村卓也, 越川敏忠：家庭系ごみの収集分別に係わる収集車の走行距離・台数等の調査, *廃棄物学会論文誌*, Vol. 18, No. 6, pp. 443-453, 2007.
- 7) 大窪和明, 稲村肇, 加河茂美：古紙市場における価格決定メカニズムの検討, *土木学会論文集 G*, Vol. 63, No. 1, pp. 77-86, 2007.
- 8) 溝本剛志, 塚井誠人, 奥村誠：ネットワーク型施設配置モデルによる廃棄物リサイクル施設計画の分析, *都市計画論文集*, No.39-3, pp.565-570, 2004.
- 9) 大窪和明, 奥村誠：排出量変動を考慮した施設配置モデルによる生産・リサイクル施設配置の分析, *土木計画学研究・論文集*, Vol. 27, No. 2, pp. 417-424, 2010.
- 10) Savaskan, R. C., Bhattacharya, S. and Van Wassenhove, L. N.: Closed-Loop Supply Chain Models with Product Remanufacturing, *Management Science*, Vol. 50, pp. 239-252, 2004.
- 11) Savaskan, R. C. and Van Wassenhove, L. N.: Reverse Channel Design: The Case of Competing Retailers, *Management Science*, Vol. 52, pp. 1-14, 2006.
- 12) Hong, I. H. and Yeh, J. S.: Modeling Closed-loop Supply Chains in the Electronics Industry: A Retailer Collection Application, *Transportation Research Part E*, Vol. 48, pp. 817-829, 2012.
- 13) 山田忠史, 繁田健, 今井康治, 谷口栄一：在庫費用を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡モデル：消費需要の不確実性に伴う物資流動量とネットワーク効率性の変化, *土木学会論文集 D*, Vol. 66, No. 3, pp. 359-368, 2010.

- 14) Samuelson, P. A.: Stochastic Speculative Price, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 68, No. 2, pp. 335-337, 1971.
- 15) Scheinkman, J. A. and Schectman, J. A.: Simple Competitive Model with Production and Storage, *Review of Economic Studies*, Vol. 50, pp. 427-441, 1983.
- 16) Wright, B. D. and Williams, C. J.: The Economic Role of Commodity Storage, *The Economic Journal*, Vol. 92, pp. 596-614, 1982.
- 17) Williams, J. C. and Wright, B. D.: *Storage and Commodity Markets*, Cambridge University Press, 1991.
- 18) Wright, B.: Storage and Price Stabilization, *Handbook of Agricultural Economics*, Vol. 1, pp. 817-861, 2001.
- 19) Deaton, A. and Laroque, G.: On the Behaviour of Commodity Prices, *The Review of Economic Studies*, Vol. 59, No. 1, pp. 1-23, 1992.
- 20) Deaton, A. and Laroque, G.: Competitive Storage and Commodity Price Dynamics, *The Journal of Political Economy*, Vol. 104, No. 5, pp. 896-923, 1996.
- 21) Chambers, M. J. and Bailey, R. E.: A Theory of Commodity Price Fluctuation, *The Journal of Political Economy*, Vol. 104, pp. 924-957, 1996.
- 22) Routledge, B. R. R., Duane J. S. and Chester, S. S.: Equilibrium Forward Curves for Commodities, *The Journal of Finance*, Vol. 55, No. 3, pp. 1297-1338, 2000.
- 23) Osborne, T.: Market News in Commodity Price Theory: Application to the Ethiopian Grain Market, *Review of Economic Studies*, Vol. 71, pp. 133-164, 2004.
- 24) Fukushima, M.: Equivalent Differentiable Optimization Problems and Descent Methods for Asymmetric Variational Inequality Problems, *Mathematical Programming*, Vol. 53, pp. 99-110, 1992.
- 25) Miranda, M. J. and Fackler, P. L.: *Applied Computational Economics and Finance*, MIT Press, 2002.

(2012. 2. 25 受付)

FLUCTUATIONS AND RESPONSES IN USED PRODUCT COLLECTION SYSTEMS

Kazuaki OKUBO and Makoto OKUMURA

This paper examines the response of collection systems to fluctuations in demand and exogenous collection amount. We consider a wholesaler, that collects used products through market (Market Collection System) or by itself directly (Direct Collection System). The amount of used product depends on life span of the product and consumer behavior. It is difficult for wholesaler to determine endogenously or forecast the amount of used product. And the more used product recycled by firms, the effect of market fluctuation to the collection amount will be stronger. We provide a model and found that the collection amount of the direct collection system become greater and more fluctuate than that of the market collection system. Furthermore, we reveal that the market collection system can achieve greater and more stable amount of collection, when the collection of used product become more lower because of effort of collector.