

# 始業時刻の設定が鉄道通勤交通に及ぼす影響に関する研究<sup>1</sup>

## WORKING SCHEDULE AND WELFARE OF RAILWAY COMMUTING

奥村誠<sup>2</sup>・永野光三<sup>3</sup>・小林潔司<sup>4</sup>

Makoto OKUMURA, Mitsuzo NAGANO and Kiyoshi KOBAYASHI

### 1. はじめに

近年、時差出勤、ピーク料金制度等の交通需要管理施策が着目されている。筆者らは、鉄道通勤需要の時間的分散政策の効果を分析するために、家計と鉄道企業の行動を考慮した均衡論的モデルを開発し、両者の自由な行動の結果得られる市場均衡の非効率性を示して、TSM 施策やTDM 施策の導入効果を分析した<sup>1)</sup>。

しかし、前稿では全ての通勤者の始業時刻を一時点に固定しており、時差出勤やフレックスタイム制などの効果を分析することができなかった。本稿では一般企業の始業時刻が複数個設定されているケースに対応できるようモデルを拡張する。さらに、一般企業の始業時刻の設定により、社会的厚生がどのような影響を受けるかを分析し、時差出勤施策・フレックスタイム制度の効果を明らかにする。

なお、本稿では一般企業の業務時刻の設定が通勤交通に及ぼす影響のみに着目し、一般企業の業務効率に与える影響は考慮しない。これらの影響を取り入れたモデルの構築は今後の課題である。

### 2. 本研究の位置づけ

#### (1) 従来の研究の概要

欧米では1960年代後半から、通勤交通の出発時刻のピーク分散が議論されるようになり、出発時刻選択行動に関する研究が進展した<sup>2)</sup>。当初の単一OD単一ボトルネックモデル<sup>3)</sup>から、複数のリンクを持

つ道路網への適用がなされている<sup>4)</sup>。さらに確率論的モデルや<sup>5)</sup>、動的シミュレーションも提案されている<sup>6)</sup>。近年では、動的交通量配分に関する理論的な研究の進展も著しく、出発時刻・経路同時選択問題に対する変分不等式による解法が提案され<sup>7)</sup>、弾性需要型動的均衡配分によるフレックスタイム制度の効果分析の可能性が示唆されている<sup>8)</sup>。

しかし、これらのモデルはいずれも道路を対象とし、固定的なパフォーマンス関数を想定している。鉄道システムの場合、各出発時刻の輸送力は一定ではなく、鉄道企業の行動により供給されるという特徴があり、これらの研究をそのまま適用することはできない。筆者らは家計と鉄道企業の両者の行動を明示的に考慮した均衡論的モデルを開発し、列車のスケジュール調整などのTSM 施策や、時間帯別運賃というTDM 施策の効果を理論的に分析した<sup>1)</sup>。

わが国でも1980年代から、時差出勤やフレックスタイム制度の導入が進められているが、関連研究としては利用者のスケジュールコストの分析<sup>9)</sup>、および実験的な導入事例の調査がほとんどである<sup>10)</sup>。始業時刻の変更が時刻別の交通サービスレベルに及ぼす影響を内生化した研究は限られており<sup>11)</sup> <sup>12)</sup>、鉄道を対象とするものは見られない。

#### (2) 鉄道通勤における時差出勤問題

鉄道通勤輸送問題に関わる主体として、1) 鉄道企業、2) 通勤者、3) 一般企業、および4) 行政が挙げられる。前稿で論じたように、通勤サービス市場は時間的に差別化されている。すなわち、異なった時刻の通勤需要に対して、異なる輸送サービスが供給され、各時刻において通勤列車の混雑度が決定される<sup>1)</sup>。

通勤者は一般企業が指定した始業時刻を念頭に

<sup>1</sup> Key Words: TDM・公共交通運用・交通行動分析

<sup>2</sup> 正会員 工博 広島大学助教授 工学部建設系 (〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1) Tel & Fax:0824-24-7827

<sup>3</sup> フェロー会員 中央復建コンサルタンツ(〒532-0004 大阪市淀川区西宮原1丁目8-29-35) Tel:06-393-1135, Fax:-1145

<sup>4</sup> 正会員 工博 京都大学教授 大学院工学研究科 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町) Tel & Fax:075-753-5071

置き、鉄道企業が供給する輸送力に対して、各自の効用を最大にするように出発時刻を選択し、どの時刻の市場でサービスを購入するかを決定する。このとき、自分が混雑率に対して感じる不効用は考慮するが、乗車した列車の他の利用者に与える外部不経済を考慮せずに選択を行う。一方、鉄道企業は、通勤輸送サービス市場を地域的に独占しており、独占力を行使して、自らの利潤が大きくなるように時刻別輸送力を決定する可能性がある。以上の独占力や外部不経済性のため、市場均衡は社会的に見て最適ではなく、行政は、運行スケジュールの規制(TSM)および時刻別運賃制度(TDM)により社会的厚生を改善することが求められている。

通勤者は、一般企業により設定された始業時刻以前に通勤を行う必要がある。すなわち始業時刻の指定により、各通勤者が参入できる市場の範囲が限定される。このような市場の分割によって、上述した外部不経済や独占力の影響範囲が小さくなる可能性がある。よって行政は一般企業の始業時刻をコントロールして、市場の分割を行うことにより、社会的厚生を改善できる可能性がある。

本研究の目的は、始業時刻の設定方法によって鉄道通勤市場がどのように分割され、それが通勤者間の外部不経済性や鉄道企業の独占力にどのような影響を与えるかを分析することにある。またTSM・TDM施策と始業時刻の設定の組み合わせにより、望ましい社会的厚生を実現する方法を明らかにする。

### 3. モデルの定式化

#### (1) モデル化の前提

ベッドタウン駅と都心駅を連結している1本の通勤鉄道を想定し、通勤需要は $N$ 人に固定されている。また時刻にかかわらず所要時間は一定( $\omega$ )であると仮定する。一般企業は $N$ 人の通勤者を $k = 1, \dots, K$ 個のグループに分割し、それぞれ $N_k$ 人に対する始業時刻を $S_k$ に指定する。またすべての通勤者の労働時間は一律で $H$ に等しい。遅刻・早退は許されていないと仮定する。

$k$ グループの通勤者は始業時刻 $S_k$ 以前の都心到着時刻 $t$ を選択し、終業時刻 $S_k + H$ 以降に退社時刻を選択する。ここでは2つの時刻の選択が独立に行

いうことに着目し、前者の選択のみを取り上げて議論を進める。時刻 $t - \omega$ に自宅を出発し時刻 $t$ に都心に到着する時の効用 $U_k(t)$ を、次式のように定義する。

$$U_k(t) = -(s(t))^\eta - c\{S_K - (t - \omega)\} + e\{(S_K + H) - (S_k + H)\} - R(t) \quad (1)$$

ここに $s(t)$ は時刻 $t$ に都心に到着する列車の混雑度で物理的制約 $s$ を越えない正数、 $\eta > 0$ はパラメータ、 $c > 0$ (円/分)は自宅出発時刻のスケジュール費用の勾配、 $e > 0$ (円/分)は終業時刻が遅くなることに関するスケジュール費用の勾配、 $R(t)$ は時刻 $t$ に都心に到着する列車の運賃である。上式の右辺第1項は混雑の不効用、第2項は最も遅いグループの始業時刻 $S_K$ を基準として自宅出発時刻を計測したときのスケジュール費用、第3項は始業時刻 $S_k$ が $S_K$ よりも早いことにより終業時刻が同じ時差だけ早くなることのゲイン、第4項は時刻別運賃である。

通勤者の自由な出発時刻選択が許されている場合、通勤がなされている時間帯では一定の均衡効用水準 $\bar{U}_k$ が得られ、始業時刻以前の通勤が行われていない時間帯における効用水準はこれよりも低いという、裁定条件が成立する。すなわち、始業時刻が $S_k$ に指定された $k$ グループの最早到着時刻を $T_k$ とすると、始業時刻が同じ通勤者のグループごとに次の条件が成立する。

$$\begin{cases} U_k(t) = \bar{U}_k, & t \in [T_k, S_k] \\ U_k(t) < \bar{U}_k, & t \in [0, T_k] \end{cases} \quad (2)$$

時点 $t$ に到着する通勤者に対して提供される輸送力を単位時間当たりの人数を用いて $\alpha(t)$ (人/分)と表す。本研究では高密度で運行されている路線を想定し輸送力を時間軸上の連続関数で近似する。時刻 $t$ 以前に到着する累積通勤者数を $M(t)$ (人)とすると、次式が成立する。

$$\dot{M}(t) = s(t)\alpha(t) \quad (3)$$

鉄道企業は運賃規制を受けており、時間帯にかかわらず一定の運賃 $R(t) = R$ が設定されていると仮定する。また時刻別運賃の導入時には、基準運賃より高く設定する時間帯と低く設定する時間帯を設け、総収入に変化がないように運賃を設定すると仮定する。このとき鉄道企業の行動は費用最小化行動として定

式化できる．鉄道企業の費用  $TC$  が各時点の輸送力  $\alpha(t)$  の次式のような関数であり， $\xi > 1$  であると仮定する．

$$TC = \int_0^{S_K} \zeta_0(\alpha(t))^\xi dt \quad (4)$$

本問題では通勤需要を固定しているため，基準運賃水準の違いは鉄道企業と通勤者の行動には影響せず，両者の間の厚生移転をもたらすに過ぎない．運賃が無料 ( $R(t) = R = 0$ ) の場合の通勤者の総効用を  $TU$  と定義すれば，式 (1),(3) より次式のように計算できる．

$$TU = \int_0^{S_K} s(t)\alpha(t) \{-s(t)^\eta - c(S_k - t) + e(S_K - S_k)\} dt \quad (5)$$

社会的厚生水準はこの通勤者の総効用から鉄道企業の総費用を差し引いたものである．

$$W = TU - TC \quad (6)$$

## (2) 市場均衡モデルの定式化

通勤者と鉄道企業の自由な行動によって実現する市場均衡解は，通勤者の裁定条件を満たすものの中で，鉄道企業の総輸送費用  $TC$  を最小化するものであり，以下の最適制御問題の解である．

$$\max_{\alpha(t), T_k} \left\{ - \int_0^{S_K} \zeta_0(\alpha(t))^\xi dt \right\} \quad (7)$$

$$s.t. \ U_k(t) = \bar{U}_k, \quad t \in [T_k, S_k] \quad (8)$$

$$U_k(t) < \bar{U}_k, \quad t \in [0, T_k) \quad (9)$$

$$\dot{M}(t) = s(t)\alpha(t) \quad (10)$$

$$M(0) = 0 \quad (11)$$

$$M(S_k) \geq \sum_{i=1}^k N_i \quad (k = 1, \dots, K) \quad (12)$$

$$M(T_k) \leq \sum_{i=1}^{k-1} N_i \quad (k = 1, \dots, K) \quad (13)$$

$$0 \leq s(t) \leq \bar{s} \quad (14)$$

## (3) TSM 計画モデルの定式化

鉄道企業は地域の通勤サービス市場を独占的にコントロールできる．また通勤者は外部不経済を考慮せず行動するため，上述した市場均衡解は社会的に最適ではない．そこで，家計の自由な行動を許しつつ行政が鉄道企業の運行スケジュール  $\alpha(t)$  を規制して，社会的厚生水準を改善することを考える．この問題は，市場均衡モデルと同じ制約条件 (8) ~ (14)

のもとで社会的厚生水準を最大化する問題となる．裁定条件 (8) より厚生水準は以下のように簡略化される．

$$\max_{\alpha(t), T_k} \left\{ \sum_{i=1}^K N_i \bar{U}_i - \int_0^{S_K} \zeta_0(\alpha(t))^\xi dt \right\} \quad (15)$$

## (4) TDM 計画モデルの定式化

以上の TSM 施策により鉄道企業の独占力に起因する非効率性は解決できるが，通勤者の自由な行動に伴う外部不経済が発生する可能性がある．そこで TSM 施策に加えて，通勤者の行動を強制的にコントロールして社会的厚生の最適化を図る問題を考える．すなわち混雑率  $s(t)$  を裁定条件と関係なく自由に定めることができる次のような最適制御問題として定式化される．

$$\max_{\alpha(t), s(t), T_k} \left\{ \int_0^{S_K} [-\zeta_0\alpha(t)^\xi + s(t)\alpha(t) \{-s(t)^\eta - c(S_k - t) + e(S_K - S_k)\}] dt \right\} \quad (16)$$

制約条件は式 (10) ~ (14) である．

なお，時刻別運賃  $R(t)$  をあとに述べる式 (40)(41) のように設定することにより，ここで求めた解を通勤者の最適化行動を通して実現することが可能である．

## (5) 交通管理施策の効果

上述した 3 つのモデルの定式化から，解の優劣に関するいくつかの結論を直ちに導くことができる．

均衡モデルと TSM 計画モデルは，同じ許容領域で異なる目的関数を最大化している．それぞれの問題で最適化された値は他方の問題での値に劣ることはない．従って，以下の命題が成立する．

[命題 1] 均衡モデルにおける通勤者の総効用  $TU_1$ ，鉄道企業の総輸送費用  $TC_1$ ，社会的厚生水準  $W_1$  と TSM 計画モデルにおける  $TU_2, TC_2, W_2$  の間に以下の関係が成立する．

$$TU_1 \leq TU_2$$

$$TC_1 \leq TC_2$$

$$W_1 \leq W_2$$

TDM 計画モデルと TSM 計画モデルはいずれも社会的厚生水準を最大化するが，前者の許容領域は後者の許容領域を完全に含んでいるため，前者の解が劣ることはない．ゆえに次の命題が成立する．

[命題 2] TSM 計画モデルの社会的厚生水準  $W_2$  と、TDM 計画モデルの  $W_3$  との間に以下の関係が成立する。

$$W_2 \leq W_3$$

#### 4. モデルの解法

##### (1) 解法の考え方

上述した 3 つの問題は、連続的な操作変数  $\alpha(t)$ ,  $s(t)$  のほかに操作変数  $T_k$  を含んでおり、通常の最適制御問題の解法を用いることは難しい。そこでここでは、(1) 各始業時刻の通勤者の最早到着時刻  $T_k$  に要求される条件、すなわち市場分割パターンに関する条件を明らかにし、(2) ある  $T_k$  を所与として分割された市場ごとに 3 つの問題を通常の最適制御問題の解法により解き、(3) その結果を用いて (1) の条件を満足しているかをチェックする、という方法により解を求めることとする。

##### (2) 市場分割パターンに関する条件

ここではまず、始業時刻の隣り合う 2 つのグループ  $N_{k-1}, N_k$  (人) に着目する。この場合、1) 市場が分割され、2 つのグループの通勤が 2 つの時間帯で別々に行われる場合と、2) 2 つのグループの通勤が混在して行われる場合の 2 通りを考えればよい。

###### 1) 市場が分割されている場合

$S_{k-1} \leq T_k$  の場合、すなわち時刻  $S_{k-1}$  を境に 2 つの市場が分割され、それぞれ 1 つずつのグループのみが通勤する場合を考察する。

設定された時差が大きいか、 $N_k$  が小さい場合には、図 - 1 の (a) のように  $S_{k-1} < T_k$  となる。すなわち  $k-1$  グループの始業時刻  $S_{k-1}$  の後、通勤が行なわれない時間帯をはさんで、時刻  $T_k$  から  $k$  グループの到着が起こる。

$N_k$  が大きい場合、図 - 1 の (b) のように、 $S_{k-1} = T_k$  となり  $k-1$  グループの始業時刻  $S_{k-1}$  の直後から  $k$  グループの到着が起こる。この時、均衡モデルと TSM 計画モデルでは、図 - 1 の (c) のように時刻  $S_{k-1}$  の右側の混雑率が左側の混雑率を上回るパターンは安定的ではない。なぜなら、右側の混雑率が高い場合には  $k$  グループに含まれる通勤者は、時刻  $S_{k-1}$  以前に到着することにより自己の効用を高めること

が可能であり、式 (2) の裁定条件の第 2 の式と矛盾するためである。図 - 1 の (b) のように右側の混雑率が高い場合には式 (2) の裁定条件は満足され、到着時刻を早めようとする通勤者は存在しないため安定である。

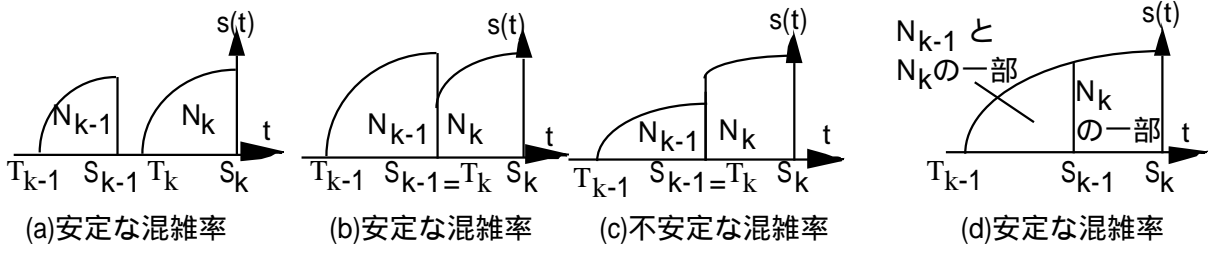
TDM 計画モデルにおいては、後に示す式 (38)(39) から、最適解における輸送力と混雑率は同じ項  $(t - S_k + L)$  のべき乗関数で与えられ、同様の形状を持つ。よって時刻  $S_{k-1}$  をはさんで右側の混雑率が高ければ、右側の  $k$  グループの通勤者の一部を左側へ移すことにより混雑率が小さくなり効用水準の改善できると同時に、輸送力も小さくでき輸送費の節約が可能である。つまり目的関数の更なる改善が可能であるから、図 - 1 の (c) のパターンは最適解になり得ない。

###### 2) 市場が分割されない場合

図 - 1 の (d) のように、 $T_k < S_{k-1}$  となる場合を考える。この場合  $t \in [T_k, S_{k-1}]$  において  $k-1$  グループの裁定条件と  $k$  グループの裁定条件が同時に成立するから、結果として  $t \in [T_{k-1}, S_k]$  の全域において裁定条件が成立する。したがって 2 つのグループの総人数  $N_{k-1} + N_k$  (人) をまとめて一つのグループと考え、 $S_k$  を始業時刻として 1 つの最適制御問題を解き、輸送力と混雑率を求めればよい。ただし  $k-1$  グループは、始業時刻が  $S_k - S_{k-1}$  だけ早く設定されているので夕刻の帰宅が早くなるため、計算された効用値に  $N_{k-1}e(S_k - S_{k-1})$  (円) を加算する必要がある。

###### 3) 市場分割パターンのチェック手順

以上のことから、まず  $S_{k-1} \leq T_k$  を仮定し、 $t \in [T_{k-1}, S_{k-1})$  と  $t \in (T_k, S_k]$  の 2 つの時間帯ごとの部分問題を解く。その結果時刻  $S_{k-1}$  の右側の混雑率が 0 となればパターン (a)、0 ではないが左側の混雑率より低ければパターン (b) が生じる。右側の混雑率が左側よりも高ければ (d) のパターンとなるので、2 つのグループをまとめて  $t \in [T_{k-1}, S_k]$  における問題を解けばよい。なお、均衡モデルで  $N_{k-1}$  が小さい場合、図 - 1 の (b) と (d) の双方のパターンとも実行可能な場合がある。この場合鉄道企業は両者の総輸送費用を比較し、費用の小さい方を選択することになる。



(1)市場が分割されている場合 (2)市場が分割されていない場合

図-1 2つのグループの混雑率の関係

なお、3つ以上の始業時刻が設定されている場合には、ここで述べた2グループ間の安定性のチェックを、各グループの相互間のすべての組み合わせについて検討する必要がある。

### (3) 分割された最適制御問題の解法

3つの問題の目的関数はいずれも時間軸上の積分関数で表され、時間帯ごとに分割可能である。そこで部分問題として、時間帯  $t \in (T_k, S_k)$  において始業時刻が  $S_k$  である  $k$  グループの  $N_k$  (人) が通勤する状況を考える。

#### 1) 均衡モデルの部分問題

均衡モデルの部分問題は以下ようになる。

$$\max_{\alpha(t)} \left\{ - \int_{S_{k-1}}^{S_k} \zeta_0(\alpha(t))^\xi dt \right\} \quad (17)$$

$$s.t. \dot{s}(t) = \frac{c}{\eta s(t)^{\eta-1}} \quad \text{if } s(t) > 0 \quad (18)$$

$$\dot{M}(t) = s(t)\alpha(t) \quad (19)$$

$$M(S_{k-1}) = \sum_{i=1}^{k-1} N_i \quad (20)$$

$$M(S_k) = M(S_{k-1}) + N_k \quad (21)$$

$$0 \leq s(t) \leq \bar{s} \quad (22)$$

なお、式(18)は式(2)の裁定条件において  $R(t) = R$  を考慮し、 $t$  に関して微分することにより得られたものである。ポントリャーギンの最大値原理より次式のような解析解を誘導できる。展開は前稿<sup>1)</sup>と同様であるため省略し、結果のみを示す。

$$\alpha(t) = \left( \frac{\mu}{\zeta_0(1+\theta)} \right)^{\frac{1}{\theta}} (c(t+L-S_k))^{\frac{1}{\theta\phi}} \quad (23)$$

$$s(t) = (c(t+L-S_k))^{\frac{1}{\eta}} \quad (24)$$

$$\mu = \zeta_0(1+\theta)c^{-\frac{1+\theta}{\eta}} \left( \frac{N_k}{\eta\theta\psi \left[ L^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} - (L-S_k+S_{k-1})^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} \right]} \right)^\theta \quad (25)$$

ただし、上式は区間  $t \in [\max(S_{k-1}, S_k-L), S_k]$  において成立し、 $L = \bar{s}^\eta/c$ ,  $\theta = \xi-1$ ,  $\psi = 1/(1+\theta+\eta\theta)$  である。この時、 $k$  グループに対する総効用  $TU_{1(k)}$ 、総費用  $TC_{1(k)}$ 、及び社会的厚生水準  $W_{1(k)}$  を以下のように求めることができる。

$$TU_{1(k)} = -N_k \bar{s}^\eta - cN_k(S_k - S_k + \omega) \quad (26)$$

$$TC_{1(k)} = \frac{\mu_1 N_k}{(1+\theta)} \quad (27)$$

$$W_{1(k)} = TU_{1(k)} - TC_{1(k)} \quad (28)$$

#### 2) TSM 計画モデルの部分問題

この問題は、均衡問題と同じ制約条件(18)～(22)のもとで当該時間帯における次の社会的総余剰を最大化する問題となる。

$$\max_{\alpha(t)} \left\{ -N_k s(S_k)^\eta - \int_{S_{k-1}}^{S_k} \zeta_0(\alpha(t))^\xi dt \right\} \quad (29)$$

ポントリャーギンの最大値原理を用いれば、時刻別輸送力と混雑率は先の問題と同様に式(23)(24)で与えられる。ただし、 $L$  と  $\mu$  の値は、最早到着時刻  $S_{k-1}$  における混雑率が正の値を取るか否かによって2つのケースがあり得る。

まず、図-1の(a)の場合の  $k$  グループの通勤時間帯の長さ  $L$  は次式により求められる。

$$L = (\eta\psi)^{-\frac{\eta}{1+\eta}} (N_k/\theta)^{\frac{1}{\phi}} c^{\frac{1}{\phi}-1} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \quad (30)$$

ただし、 $\phi = (1+\eta)(1+\theta)/(\eta\theta)$  である。

$L < (S_k - S_{k-1})$  の場合、図-1の(a)のように  $S_{k-1}$  の右側の混雑率は0となり、 $\mu$  は以下のように与えられる。

$$\mu = (1+\theta)(\eta\psi)^{\frac{1}{1+\eta}} \left( \frac{N_k c}{\theta} \right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \quad (31)$$

一方、 $L \geq (S_k - S_{k-1})$  の場合、図-1の(b)のように  $S_{k-1}$  の右側の混雑率が正の値を取る。この時、次式を満足する  $L$  の値を見いだす必要がある。この値は陽な形では解けないが、効用関数と費用関数の

単調性より一意に定まる．

$$c^{\left(\frac{1+\theta}{\eta}\right)+1} (\eta\theta\psi)^{1+\theta} \left[ L^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} - (L - S_k + S_{k-1})^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} \right]^{1+\theta} \\ = \zeta_0 \theta N_k^\theta \left[ L^{\frac{1+\theta}{\eta\theta}} - (L - S_k + S_{k-1})^{\frac{1+\theta}{\eta\theta}} \right] \quad (32)$$

この時の $\mu$ は上式の $L$ の値を用いて、以下の式で与えられる．

$$\mu = \zeta_0 (1+\theta) c^{-\frac{1+\theta}{\eta}} \\ \left( \frac{N_k}{\eta\theta\psi \left[ L^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} - (L - S_k + S_{k-1})^{\frac{1}{\eta\theta\psi}} \right]} \right)^\theta \quad (33)$$

以上のどちらのケースにおいても、 $L$ および $\mu$ の計算値を用いて、 $k$ グループに対する総効用 $TU_{2(k)}$ 、総費用 $TC_{2(k)}$ 、及び社会的厚生水準 $W_{2(k)}$ を一意に求めることができる．すなわち、

$$TU_{2(k)} = -cN_k L - cN_k (S_K - S_k + w) \quad (34)$$

$$TC_{2(k)} = \frac{\mu N_k}{1+\theta} \quad (35)$$

$$W_{2(k)} = TU_{2(k)} - TC_{2(k)} \quad (36)$$

となる．

### 3) TDM 計画モデルの部分問題

TDM 計画モデルでは通勤者の裁定条件(18)は不要であり、制約条件(19) ~ (22)のもとで、 $\alpha(t), s(t)$ を操作変数として当該時間帯の次の社会的厚生水準を最大化する部分問題を考えればよい．

$$\max_{\alpha(t), s(t)} \left\{ \int_{S_{k-1}}^{S_k} (s(t)\alpha(t)[-s(t)^\eta - c(S_k - t)] - \zeta_0 \alpha(t)^\xi) dt \right\} \quad (37)$$

ポントリアーギンの最大値原理により、時刻別の輸送力、混雑率は以下のように求められる．

$$\alpha(t) = \left( \frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_0} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left( \frac{c(t - S_k + L)}{1+\eta} \right)^{\frac{1+\eta}{\theta}} \quad (38)$$

$$s(t) = \left( \frac{c(t - S_k + L)}{\eta + 1} \right)^{\frac{1}{\eta}} \quad (39)$$

以上の解を通勤者の行動に基づいて実現するためには、都心到着時刻に関わらず効用水準が一定となるように時刻別の運賃 $R(t)$ を設定すればよい．式(39)を式(1)に代入し、 $R(t)$ について解くことにより、以下のような到着時刻に対して線形の運賃水準が得られる．

$$R(t) = R_0 + \frac{\eta}{1+\eta} c(t - S_k + L) \quad (40)$$

ただし $R_0$ は定数であり、各グループからの総運賃収入がそのグループに対する総輸送費用に等しいとい

う条件 $\int_{S_{k-1}}^{S_k} R(t)\alpha(t)s(t)dt = TC_{3(k)}$ より、以下の水準に設定すればよい．

$$R_0 = \frac{TC_{3(k)}}{N_k} \\ -c \frac{\eta(1+\theta)}{1+\eta+\theta+2\eta\theta} \min(L, S_k - S_{k-1}) \quad (41)$$

ただし、先のTSM計画問題と同じように、 $L$ には2つのケースがあり得る．まず、図-1の(a)の場合の $k$ グループの通勤時間帯の長さは次式により求められる．

$$L = (1+\eta) \left( \frac{1+\theta}{\eta} \right)^{\frac{\eta}{1+\eta}} \left( \frac{N_k}{\theta} \right)^{\frac{1}{\phi}} c^{\left(\frac{1}{\phi}-1\right)} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \quad (42)$$

$L < (S_k - S_{k-1})$ の場合、図-1の(a)のパターンに該当し、 $k$ グループに対する総効用 $TU_{3(k)}$ 、総費用 $TC_{3(k)}$ は、

$$TU_{3(k)} = \\ - \left( \frac{\eta}{1+\theta} \right)^{-\frac{\eta}{1+\eta}} \frac{1+\eta+\phi}{1+\phi} N_k^{(1+\frac{1}{\phi})} \left( \frac{c}{\theta} \right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \\ - cN_k (S_K - S_k + w) \quad (43)$$

$$TC_{3(k)} = \\ \left( \frac{\eta}{1+\theta} \right)^{\frac{1}{1+\eta}} \frac{\phi}{1+\phi} N_k^{(1+\frac{1}{\phi})} \left( \frac{c}{\theta} \right)^{\frac{1}{\phi}} \zeta_0^{\frac{1}{\phi\theta}} \quad (44)$$

で与えられる．

$L \geq (S_k - S_{k-1})$ の場合、図-1の(b)のように $S_{k-1}$ の右側の混雑率が正の値を取る．このとき数値計算により次式を満足する $L$ の値を見いだす必要がある．なお関数の単調性よりこの解は一意である．

$$L^\phi - (L + S_{k-1} - S_k)^\phi \\ = \phi \left( \frac{(1+\theta)\zeta_0}{\eta} \right)^{\frac{1}{\theta}} N_k \left( \frac{1+\eta}{c} \right)^{\phi-1} \quad (45)$$

以上の $L$ の計算値を用いて、 $k$ グループに対する総効用 $TU_{3(k)}$ 、総費用 $TC_{3(k)}$ は以下の式で与えられる．

$$TU_{3(k)} = -\frac{cN_k}{1+\eta} (L + \eta(S_k - S_{k-1})) \\ + \frac{\eta}{\phi} \left( \frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_0} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left( \frac{c}{1+\eta} \right)^\phi L^\phi (S_k - S_{k-1}) \\ - \frac{\eta}{\phi(1+\phi)} \left( \frac{\eta}{(1+\theta)\zeta_0} \right)^{\frac{1}{\theta}} \left( \frac{c}{1+\eta} \right)^\phi \\ \left[ L^{1+\phi} - (L - S_k + S_{k-1})^{1+\phi} \right] \\ - cN_k (S_K - S_k + w) \quad (46)$$

$$TC_{3(k)} = \zeta_0^{-\frac{1}{\theta}} \left( \frac{\eta}{1+\theta} \right)^{\frac{1+\theta}{\theta}} \left( \frac{c}{1+\eta} \right)^\phi \frac{1}{1+\phi} \\ \left[ L^{1+\phi} - (L - S_k + S_{k-1})^{1+\phi} \right] \quad (47)$$

以上のどちらのケースにおいても、社会的厚生水準  $W_{3(k)}$  は次式により求めることができる。

$$W_{3(k)} = TU_{3(k)} - TC_{3(k)} \quad (48)$$

#### (4) フレックスタイム制度の効果

図 - 1の (d) のように市場が分割されていない場合、 $M(S_{k-1}) - N_{k-1}$  人はすでに  $S_{k-1}$  以前に到着して始業時刻  $S_k$  まで待っている。彼らの始業時刻を  $S_{k-1}$  に変更しても到着時刻分布、交通混雑及び輸送費用に影響を与えることはないが、夕刻の帰宅時刻が早くなるためスケジュールコストが減少し、社会的厚生は増大する。このスケジュールコストの節約を最大限に行うには、到着時刻分布を計算した上で、それに適合するように一般企業が個人ごとに異なる始業時刻を設定すればよい。しかしそのような制度の実行は困難であり、すべての通勤者の効用に差異が生じるという点でも実際的ではない。

もし全員にフレックスタイム制度を適用すれば、通勤者間の効用の均等条件を満足しつつ、スケジュールコストを節約することができる。この場合の混雑率と出発時刻分布は、図 - 1の (d) のケースと同様に計算できる。すなわちコアタイムの開始時刻を計算上の始業時刻  $S_K$  と置き、全員を 1つのグループとして解を求めればよい。ただし、通勤者は朝の到着時刻と夕刻の退社時刻を同時に選択することになるため、スケジュール費用勾配として  $c$  の代わりに  $(c - e)$  を代入して計算を行う必要がある。

### 5. 時差出勤の効果に関する数値計算

#### (1) パラメータ値の設定

先に述べたように、市場分割のパターンは端点における混雑率の大小関係に依存しており、パラメータ値によってさまざまに変化するため、命題 1, 2 のような一般的な知見を得ることはできない。従ってできるだけ実際に近いパラメータ値を設定した上で数値計算を行い、知見を得ることとする。

ここでは大都市圏において郊外と都心を直結している路線として大阪市営地下鉄四つ橋線を抽出し、それに合わせてパラメータ値を設定する。すなわち実績値に即して当該路線を利用する総通勤者数を  $N = 50000$  (人)、通勤所要時間を  $\omega = 20$  (分) とする。

費用関数のパラメータは鉄道統計年報等のデータに基づいて  $\xi = \theta + 1 = 2.9$ ,  $\zeta_0 = 0.0028$  (円/分) と設定する。効用関数のパラメータは、鉄道の乗車時間・待ち時間・乗換などをネットワークで表現して確率均衡条件を分析した家田らの研究<sup>13)14)</sup>の中から、大阪圏で地域特性が類似している南海高野線の実証パラメータ値である  $\eta = 5.5$  を用いる。また朝と夕刻のスケジュールコストは、 $c = 20$  (円/分),  $e = 15$  (円/分) と設定する。

#### (2) 時刻別混雑率と輸送力のパターン

ここでは、 $S_2 = 9:00$  に一斉始業している  $N = 50000$  (人) を 2 分割し、そのうちの  $r$  の比率の通勤者の始業時刻を  $\tau$  (分) 早めるという設定で計算を行なった。図 - 2は一斉始業時刻の場合と  $r = 0.4$ ,  $\tau = 30$  (分) のケースについて、3つのモデルによる時刻別混雑率のパターンを比較したものである。図 - 3には時刻別輸送力の計算結果を比較している。

このパラメータ値の場合、始業時刻分割後のパターンは3つのモデルで異なる。均衡モデルでは市場が分割されない (d) のパターンとなり、混雑率・輸送力は一斉始業時と全く同じである。TSM 計画モデルでは始業時刻付近の時間帯の輸送力が大きく設定され、混雑率は緩和される。時差出勤導入時には2つのグループの通勤時間帯が分離されたパターン (a) が現れる。TDM が実施されると、TSM に比べて早い時刻により多くの輸送力が提供され、ピークからの分散が進んで最大混雑率が緩和される。時差出勤導入時にはパターン (b) となることがわかる。

表 - 1には、一斉始業時と始業時刻の分割時について、3つのモデルの通勤者の総効用、総輸送費用、および社会的厚生水準の値を比較している。これより、命題 1, 2 が成立することが確かめられる。始業時刻の分割により通勤者の総効用は改善され、TSM モデルでは総輸送費用も削減できる。3つのモデルのいずれについても始業時刻の分割により社会的厚生水準は大幅に改善される。

#### (3) 時差出勤施策による社会的厚生水準の変化

次に  $\tau = 30$  (分) に固定して始業時刻を早める通勤者の比率 (分割率:  $r$ ) を変え、3つのモデルによる社会的厚生水準の変化を調べた。その結果を図 -

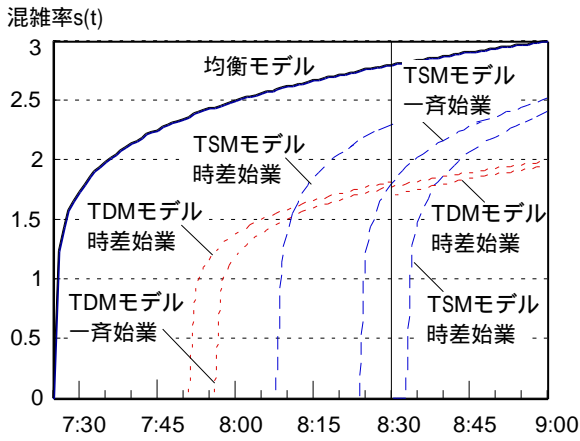


図-2 時刻別混雑率の比較

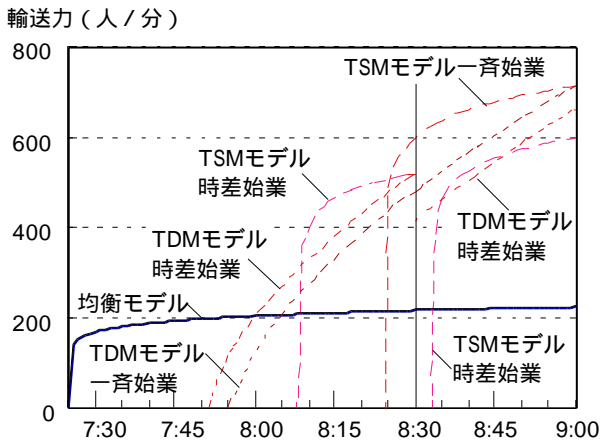


図-3 時刻別輸送力の比較

表 1 社会的厚生水準の比較

一斉始業	均衡	TSM	TDM
通勤者総効用	-94.7	-35.7	-29.0
総輸送費用	1.37	14.7	11.9
社会的厚生	-96.1	-50.4	-41.0
時差始業	均衡	TSM	TDM
通勤者総効用	-85.7	-27.7	-19.6
総輸送費用	1.37	10.2	12.4
社会的厚生	-87.1	-37.9	-32.0

単位：百万円

4に示す．図の右端は全員の通勤者がフレックスタイム制度の適用を受ける場合の厚生水準を示している．命題1, 2が成立し,  $W_1 \leq W_2 \leq W_3$ となっている．

均衡モデルでは分割率  $r$  が小さい間は一斉始業 ( $r = 0$ ) と同じ輸送力, 混雑率のパターンのままであり交通混雑の緩和効果はないが,  $r$  の増加によるス

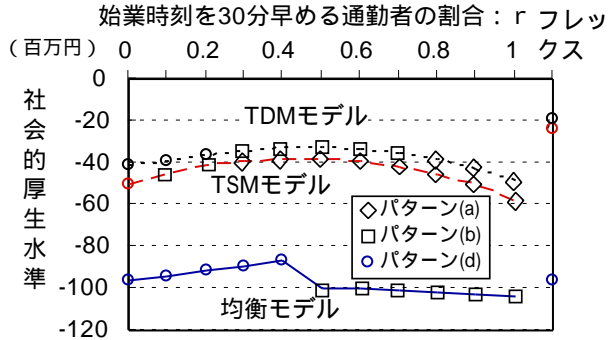


図-4 時差出勤による社会的厚生水準の変化

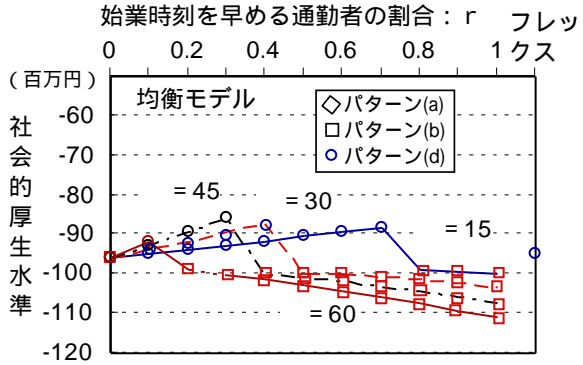


図-5 均衡モデルにおける時差出勤の効果

ケジュールコストの減少が社会的厚生水準の上昇につながる．しかし  $r \geq 0.5$  では市場が分割され (パターン (b)), 始業時刻を早めた通勤者  $N_1$  の混雑率が高くなるため, スケジュールコスト負担増と合わせ一斉始業時よりも厚生は悪化する．

このように, 均衡モデルでは始業時刻分割の効果はスケジュールコストの変化のみに起因するため, 効果の大きさは限定される．上の計算例では TSM を行った場合の厚生水準  $W_2$  にははるかに及ばない．

TSM モデルの  $W_2$  は 45%, TDM モデルの  $W_3$  は約 5 割の通勤者の始業時刻を早めることにより最大の厚生水準が得られる．分割率  $r$  の違いによる厚生水準の変化の幅は,  $W_2 - W_1$  の幅よりはるかに小さいが,  $W_3 - W_2$  の差よりは大きい．すなわち時差出勤は TSM 施策ほどではないが, 時差運賃制度よりも大きな効果を持っている．TSM, TDM モデルにおいては, フレックスタイム制度が完全に普及したときの効果は, 時差出勤の効果を上回る．しかし均衡モデルではフレックスタイム制の効果は小さく, 時差出勤の効果を下回っている．

図 - 5, 図 - 6, 図 - 7は, 時差の幅を 4 通り設定し ( $\tau = 15, 30, 45, 60$  (分)), 始業時刻を早める通



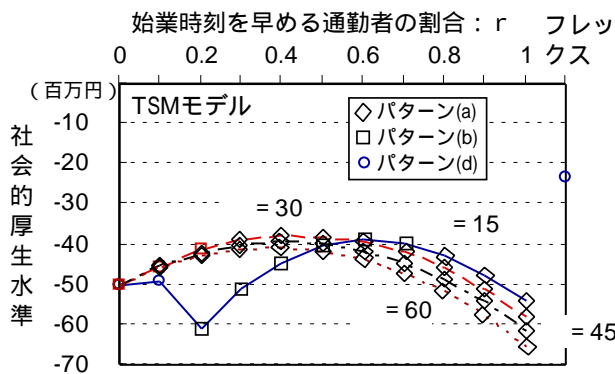


図-6 TSM モデルにおける時差出勤の効果

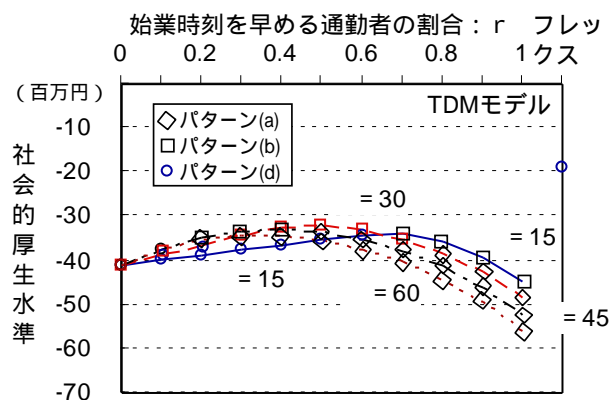


図-7 TDM モデルにおける時差出勤の効果

勤者の割合  $r$  を変化させながら、3つのモデルから得られる社会的厚生水準の値をそれぞれプロットしたものである。図中ではそれぞれの解が図-1のいずれのパターンに該当するかも区別している。

これよりどのモデルにおいても、時差  $\tau$  が小さく、 $r$  も小さいうちはパターン (d) となるが、時差が大きくなったり  $r$  が大きくなるにつれて市場の分割が生じ、パターン (b)、(a) の順に推移することがわかる。なお、ある  $r$  の値に対し、市場が完全に分割されているパターン (a) が生じている場合、それ以上大きな時差を与えても逆効果となる。なぜなら混雑率の形状が変化せずに時間軸上を平行に移動するだけであり混雑緩和効果がないにもかかわらず、スケジュールコストが増加するからである。このような場合には逆に時差を小さくすれば、スケジュールコストが減少し社会的厚生水準は改善できる。

図-5より、均衡モデルでは  $\tau = 45$  (分)、 $r = 0.3$  の時に  $W_1$  が最大となる。市場の分割が発生しパターン (b) となる領域では、時差が大きく分割率が大きいほどスケジュールコストの増大が著しく、社会的

厚生水準は減少する。

図-6より、TSM モデルにおいて  $W_2$  が最大となるのは  $\tau = 30$  (分)、 $r = 0.45$  程度の時でありその時のパターンは (a) である。 $r$  がそれ以上大きい領域では早い時間帯の混雑が大きくなるとともにスケジュールコストが増加するため、場合によって一斉始業のケースよりも悪化することがある。

TDM モデルの場合、社会的厚生水準が最大となるのは  $\tau = 30$  (分)、 $r = 0.5$  の時であり、その時のパターンは図-1の (b) に相当している。図-7より、 $r$  がそれよりも大きい領域では社会的厚生水準は悪化し、一斉始業の厚生水準を大きく下回ることもあり得る。

#### (4) 政策的含意

以上の分析の結果、市場均衡の状況下では、時差出勤の効果はスケジュールコストの節約分に限られ、多くは期待できないことがわかった。また計算例では、TSM 施策の効果 ( $W_2 - W_1$ ) が時差出勤やTDM 施策の効果 ( $W_3 - W_2$ ) よりも大きかった。よってTSM 計画問題の解を実現することがまず重要であり、鉄道企業に適切なダイヤを設定させることが、他の施策を行う上での基礎的な条件となる。

すでにTSM 施策が導入され適切なダイヤ設定が行われている場合には、時差出勤およびフレックスタイム制の導入は魅力的な政策であり、時刻別運賃制度などの他のTDM 施策の効果を上回る効果が期待できる。しかしその場合でも、始業時刻の分割比率を適切に設定しなければ、現況よりもさらに状況が悪化する場合もあり、時差の設定を慎重に行う必要がある。

## 6. おわりに

本研究は鉄道通勤サービス市場に関する部分均衡論的モデルを拡張し、始業時刻が異なる通勤者が存在する場合の市場均衡解と社会的厚生最適解を明らかにした。これにより時差出勤やフレックスタイム制が鉄道通勤に及ぼす効果を金銭的に評価することが可能となり、TSM、TDM 効果との比較をすることができた。今後は、始業時刻の分散による一般企業の業務効率の低下を考慮することが重要な課

題である。

#### 参考文献

- 1) 小林潔司・奥村誠・永野光三:鉄道通勤交通における出発時刻分布に関する研究,土木計画学研究・論文集, No.14,895-906,1997.
- 2) Henderson, J. V.: *Economic Theory and the Cities*, Academic Press, Chap.8,1977. (折下功訳:経済理論と都市,勁草書房,1987.)
- 3) Vickrey,W.S.: Pricing as a tool in coordination of local transportation, *Transportation Economics*, N.B.E.R., 275-296, 1965.
- 4) Filipiak,J.: Unloading of congestion in deterministic queing networks, *Optional Control Applicatons and Methods*, Vol.2, 35-45, 1981.
- 5) de Palma,A., Ben-Akiva,M., Lefevre,C. and Litinas,N.: Stochastic model of peak period traffic congestion, *Transportation Science*, Vol.17, 430-453, 1983.
- 6) Ben-Akiva,M., Cyna,M. and de Palma, A.: Dynamic model of peak period congestion, *Transportation Research B*, Vol.18, 339-355, 1984.
- 7) 赤松隆・桑原雅夫: 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分, 土木学会論文集, No.488, 21-30, 1994.
- 8) 赤松隆: 交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論, 土木計画学研究・論文集, No.13,23-48, 1996.
- 9) 加藤文教・門田博知・高田博: 時差出勤による交通需要の時間的分散施策に関する基礎的分析, 土木計画学研究・論文集, No.6,185-192,1988.
- 10) 例えば, 定井善明・新矢隆: 地方中核都市における「時差出勤」と「相乗り通勤」のフイージビリティ研究, 運輸と経済, Vol.43, No.11,pp.64-82, 1983.
- 11) 松井 寛, 藤田素弘: フレックスタイム下における通勤時刻選択行動とその効果分析, 土木学会論文集 No.470/IV-20,67-76, 1993.
- 12) 文世一・米川誠: フレックスタイム制が混雑に及ぼす影響, 応用地域学会発表論文, 1997.11.
- 13) 家田仁・赤松隆・高木淳・畠中秀人: 利用者均衡配分法による通勤列車運行計画の利用者便益評価, 土木計画学研究・論文集, No.6,177-184,1988.
- 14) 志田州弘・古川敦・赤松隆・家田仁: 通勤鉄道利用者の不効用関数パラメータの移転性に関する研究, 土木計画学研究・講演集, No.12,519-525,1989.

鉄道通勤サービス市場においては、鉄道企業の独占力と通勤者の出発時刻選択に伴う外部不経済のために、市場均衡解は効率的ではない。本研究は始業時刻の分割が市場の分割をもたらし、独占力と外部不経済性の影響力を変化させることに着目する。始業時刻の設定とその他の TSM・TDM 施策の組みあわせによる社会的厚生の変化を分析し、時差出勤施策とフレックスタイム制度の効果を明らかにする。

---

**WORKING SCHEDULE AND WELFARE OF RAILWAY COMMUTING**

Makoto OKUMURA, Mitsuzo NAGANO and Kiyoshi KOBAYASHI

In this paper, a partial equilibrium model is applied to show the departure time distribution of railway commuters whose working start times are specified on several points in time. Division of working start time decides the division of commuting service market, then determines the monopolizing power of railway company and the externality of commuters behavior. Numerical simulations show the effect of market division via staggered working time policy and flexible time policy, in term of total welfare criterion. Effective policy mix of staggered working time, other TSMs and TDMs are discussed.

---

(1998. 3. 6 受付)