

138. 待ち時間を考慮した施設選択モデルと震災時給油問題への適用

User's facility selection model considering waiting time and its application to a gas station selection problem in a earthquake disaster

岩坂 友也*・大窪 和明**・奥村 誠***
Yuya Iwasaka*, Kazuaki Okubo** and Makoto Okumura***

In existing research about regional facility location and allocation model, congestion of facilities has not been considered. This study proposes a users' facility selection model considering congestion and waiting time. We show facility selection based on user optimization can be modeled in a similar quadratic programming model as the social optimization model. Such quadratic programming model can be approximately solved by ordinal linear programming algorithm through converting it into minmax problem using piecewise linear approximation. Application of the proposed model to a gas station selection problem in a great earthquake disaster explains consumer's choice of further station to avoid heavy congestion at the nearer stations.

Keywords: facility selection model, quadratic programming, waiting time, earthquake disaster, refueling problem.
施設選択モデル, 二次計画問題, 待ち時間, 地震災害, 給油問題

1. 本研究の問題意識と内容

(1) 地域利便施設の配置・利用に関する既存のモデル

広がりのある空間に分布する利用者にサービスを提供する施設を適切に配置することは、都市計画の重要な役割の一つであり、オペレーションズ・リサーチ分野の成果を取り込みながら研究の進展がみられる分野である。その際、それぞれの利用者の利用施設の選択については、移動距離や費用などのコストが最小な唯一の施設を確定的に利用すると仮定するか、または異質なサービスを提供する商業施設などで、規模やサービスの多様性を反映して確率的に選択すると仮定する方法がある。

上記のどちらの場合も、施設の魅力度や利用コストが混雑の影響を受けなければ、施設利用に伴う総費用は利用者数の線形関数で表現できる。したがって利用者の施設選択を内包した施設配置問題(location-allocation problem)は、候補地域への施設の配置を表す0-1変数を操作変数とする混合整数計画問題として定式化でき、オペレーションズ・リサーチ分野の豊富な知見を活用して、大規模な問題も効率的なアルゴリズムを用いた求解が可能である。

一方、施設の利用や交通において混雑が発生するなど、施設の利用コストが利用者数の影響を受ける場合、総費用は利用者数の線形関数で表現できなくなるため、混合整数線形計画問題の求解アルゴリズムが適用できない。例えば本研究の中で扱う震災時の給油問題を考えると、それぞれのガソリンスタンド(以下、GS)で給油待ちの車列が行列を作り、その待ち時間のコストが移動時間よりも卓越するという状況が発生する。既存の施設配置モデルでは、このような状況を扱うことができないという問題がある。

(2) 本研究の目的と概要

本研究の目的は、施設までの移動時間に加えて、施設の混雑

によって生じる待ち時間を考慮した利用者の施設選択のモデル化と、それを前提とした最適施設配置モデルの提案である。

モデル化においては、混雑が存在する道路ネットワーク上の経路選択問題を参考とする。すなわち所要時間がリンク交通量の増加関数である場合、利用者が各自の所要時間を最小にするように合理的に経路を選択すれば、結果的に実現する均衡においては、「利用される経路の所要時間はすべて等しく、利用されない経路の所要時間はその値を下回ることではない」というワードロップの第一原理が成立する。さらに、このワードロップの第一原理を一階の最適化条件として持つような数理最適化問題を考えれば、非線形計画問題を解くアルゴリズムを用いて均衡解を求めることができる¹⁾。

混雑による待ち時間を伴う施設に対する利用者の選択問題も、同じ考え方で非線形数理計画問題として定式化できる。特に待ち時間がその施設の総利用者数の線形関数で表現できれば、この問題は2次計画問題(以下UO-Aと呼ぶ)として定式化でき、その問題は社会全体の総所要時間を社会的に最小化する問題(以下SO-Aと呼ぶ)と類似し係数のみが異なる問題となることがわかる。さらに施設の最適配置問題は、0-1変数を含む混合整数2次計画問題(UO-L)として定式化できることとなる。

混合整数2次計画問題は近年、最適ポートフォリオ設計等に応用され、大規模問題に対する解法の研究が進んで(例えば向井ら²⁾)、代表的な市販の数理計画ソフトにも実装されつつある。ただし本研究では付録に示すように、計算効率性の研究が進んでおり(例えばHodgson et.al.³⁾)、無料のソフトが利用可能な混合整数線形計画問題に置き換えて、数値計算を行った。

* 学生会員 東北大学大学院工学研究科 (Tohoku University)

** 正会員 東北大学東北アジア研究センター (Tohoku University)

*** 正会員 東北大学災害科学国際研究所 (Tohoku University)

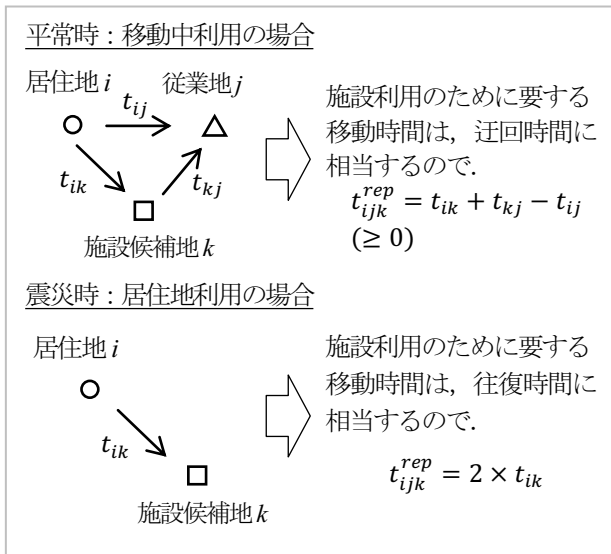


図1 利用形態ごとの移動時間の設定方法

(3) 震災時給油問題への適用

以上の問題を震災時における利用者のGSの選択問題に適用する。本研究では、震災時にはGSでの待ち時間が長くなるために、平常時のように他の目的での移動中に経路近くのGSに立ち寄るといった移動中利用⁴⁾が不可能になり、自宅から給油目的のためにGSまで往復する居住地利用をしなければならないことに着目する(図1)。その結果施設利用問題UO-Aの解に、平常時には見られないような挙動が起こることを示す。一方、GSの運営者は利用者の自宅位置などの情報を持っていないため、震災時に則した施設配置の最適化は実行できないと仮定する。その代り、平常時の売上げが大きい順に所与の個数の施設を営業すると考えて、それらの営業施設を選択する利用者の行動をUO-Aを用いて分析する。以上の想定の下、営業可能なGS数が変化するときの総利用時間の変化を調べる。

2. 待ち時間を考慮した施設選択のモデル化

(1) モデル化に当たっての準備

モデルに使用する文字と変数を次のように定義する。

- i :居住地ゾーン j :従業地ゾーン
- k :施設候補地ゾーン p :営業施設数
- t_{ij} : ij 間の移動時間 c_{ij} :平常時 ij 間を移動する利用者数
- w :単位利用者当りの、施設における給油サービス時間
- $X_{ijk} (\geq 0)$: ij 間を移動する利用者の施設 k への配分比
- $Y_k \in \{0,1\}$: k における施設の存在を表す0-1変数
- Z :目的関数
- t_{ijk}^{rep} :施設への移動時間。施設の利用者が道路交通量全体に占める割合が小さく、利用者数に関わらない一定値とする。ただし図1のように平常時と震災時では異なる形で与える。

$$t_{ijk}^{rep} = \begin{cases} t_{ik} + t_{kj} - t_{ij} (\geq 0) & \text{平常時：移動中利用} \\ 2 \times t_{ik} & \text{震災時：居住地利用} \end{cases}$$

(2) 施設利用のコストと個人の施設選択

個人にとっての利用コストとして「所要時間」を考え、施設までの移動時間と施設における待ち時間の和で与える。施設における待ち時間は直感的には前に並んでいる利用者数に依存して個人ごとに異なるように見える。しかし、各個人がGSの営業時間よりも前の時点から並び始めることが可能ならば、営業開始後の待ち時間のコストが節約できる分と等しいコストを支払って営業時間前から並ぶという行動が起こる。その結果、営業時間前の待ち時間と営業時間後の待ち時間のコストを合わせたものは、どの利用者にとっても等しくなり、そのコストは営業開始時点の行列最後尾の利用者が被る待ち時間($w \sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk}$)に等しい。

したがって、平常時に ij 間を通勤している利用者の施設 k への配分比は、次のワードロップの均衡条件式を満たすように決まる。

$$X_{ijk} (t_{ijk}^{rep} + w \sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} - u_{ij}) = 0, \quad \forall i, j, k \quad (1a)$$

$$X_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k \quad (1b)$$

$$t_{ijk}^{rep} + w \sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} - u_{ij} \geq 0, \quad \forall i, j, k \quad (1c)$$

ただし u_{ij} は最短所要時間である。すなわち、 ij 間を通勤する利用者がゾーン k にあるGSを利用する場合の所要時間が最短所要時間よりも大きければ、ゾーン k を利用する利用者はいない($X_{ijk} = 0$)ことを意味している。

(3) 個人合理的施設選択モデル(UO-A)

ワードロップ均衡条件式を一階の最適化条件に持つような最適化問題を定式化すると、以下ようになる。ここで施設配置 Y_k は所与である。

個人合理的施設選択モデル(UO-A)

$$\min_{X_{ijk}} Z = \sum_{i,j,k} c_{ij} X_{ijk} t_{ijk}^{rep} + \frac{w}{2} \sum_k \left(\sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} \right)^2 \quad (2a)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_k X_{ijk} = 1 \quad \forall i, j \quad (2b)$$

$$X_{ijk} \leq Y_k \quad \forall i, j, k \quad (2c)$$

式(2a)は目的関数であり、第1項が社会全体の総移動時間、第2項が社会全体の施設での総待ち時間の半分を表す。式(2b)は、全利用者がいずれかの施設に配分されることを表す。式(2c)は、施設が存在する $Y_k = 1$ のゾーンのみを利用者を配分できることを表す。

(4) 社会合理的施設選択モデル(SO-A)

一方社会全体の総所要時間を最小化するように各施設への利用者配分を求める問題は、以下のように定式化される。

社会合理的施設選択モデル(SO-A)

$$\min_{X_{ijk}} Z = \sum_{i,j,k} c_{ij} X_{ijk} t_{ijk}^{rep} + w \sum_k \left(\sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} \right)^2 \quad (3a)$$

$$s. t. \sum_k X_{ijk} = 1 \quad \forall i, j \quad (3b)$$

$$X_{ijk} \leq Y_k \quad \forall i, j, k \quad (3c)$$

式(3a)の目的関数における第2項が社会全体の総待ち時間そのものとなっているところがUO-Aと異なる。

次にSO-Aの配分比 X_{ijk} に関して最適化のための一階条件式を求めると、

$$X_{ijk}(t_{ijk}^{rep} + 2w \sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} - s_{ijk}) = 0, \quad \forall i, j, k \quad (4a)$$

$$X_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k \quad (4b)$$

$$t_{ijk}^{rep} + 2w \sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} - s_{ijk} \geq 0, \quad \forall i, j, k \quad (4c)$$

ただし、

$$s_{ijk} = \frac{\lambda_{ij} - \mu_{ijk}}{c_{ij}} \quad (4d)$$

ただし λ_{ij} , μ_{ijk} は、それぞれ制約条件式(3b),(3c)のラグランジ乗数である。

(4a)-(4c)は(1a)-(1c)と類似しており、UO-AとSO-Aは、総待ち時間を表す2次項の係数のみが互いに異なる2次計画問題となることがわかる。

(5) 施設利用を内包した最適施設配置モデル(UO-L)

UO-Aを前提として、社会全体での最も効率的な施設配置を求める施設配置問題は、候補地 k における施設の存在を表す0-1変数 $Y_k \in \{0,1\}$ を操作変数として加えることにより、以下のような混合整数2次計画問題として定式化することができる。

個人合理的施設選択を内包した最適配置モデル(UO-L)

$$\min_{X_{ijk}, Y_k} \sum_{i,j,k} c_{ij} X_{ijk} t_{ijk}^{rep} + \frac{w}{2} \sum_k \left(\sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} \right)^2 \quad (5a)$$

$$s. t. \sum_k X_{ijk} = 1 \quad \forall i, j \quad (5b)$$

$$X_{ijk} \leq Y_k \quad \forall i, j, k \quad (5c)$$

$$\sum_k Y_k = p \quad (5d)$$

式(5a)は式(3a)と同一であるが、操作変数に Y_k が加わる点が異なる。

(6) 近似解法

本研究実施時点では、2次計画問題の無料ソフトが入手できなかったため、付録に示すような方法で、混合整数線形計画問題に置き換えて数値計算を行った。

3. 震災時における給油問題への適用

(1) 震災時の状況設定

震災時においてはi) GS利用形態、ii) 営業GS配置が平常時とは異なる点に着目する。

まずi)GS利用形態について考える。GS利用者の利用形

態は、平常時においては通勤等の移動中に立ち寄る移動中利用が主であると考えられるのに対して、震災時においては、給油待ち行列に長時間並ぶ必要があるため移動中利用が不可能になり、自宅などから給油目的のために別途GSまで往復する居住地利用をしなければならなくなると考えられる。

次にii)営業GS配置を考察する。震災時においては、停電やガソリンの在庫切れなどが原因となり、営業可能なGS数が限られるため、営業しているGSの配置が平常時と異なる。このときGSを運営する企業は、どのGSを優先的に営業するかという判断を行う必要があるが、利用者の居住地などの情報を得ることは困難であるため、震災時の移動中利用に合わせた最適な施設配置(UO-L)を行えるとは考えにくい。そこで、ここではGSを運営する企業は「平常時において売上額の大きいGSは、震災時においても給油利便性確保のために重要なGSである」と考え、平常時の売り上げが大きいGSから順に営業していくものと仮定する。平常時における売り上げは移動中利用時の移動時間を与えてUO-Lを解くことによって求め、GSの営業開始順序を設定する。

この営業店舗の配置を所与として、居住地利用の移動時間を与えてUO-Aを解き、利用者数分布、1人当たり所要時間、1人当たり移動時間、1人当たり待ち時間を求める。これらを移動中利用下でのUO-Aの解と比較して、震災時における利便性の低下を考察する。

計算に当たり、以下(a)-(e)の仮定を置く。

- (a) ガソリン在庫は十分にあり、GSに並んだ利用者は必ずガソリンを購入できる。
- (b) 自動車通勤ODパターンとしては平常時のものを与える。
- (c) 各利用者は、配置された全ての営業GSまでの移動時間に関する情報と、各GSに並ぶことで被る待ち時間に関する情報を持っている。
- (d) 分析対象の期間を1日とし、その日のGS営業開始時に、その日給油する全利用者がGS前に並び終えている。
- (e) 各利用者の効用関数は互いに等しいとする。

各仮定の設定理由を説明する。本研究では、震災後1週間程度経過し、通勤ODがある程度平常時のものに戻り、GSへのガソリン供給が安定した状態を想定する。よって(a)と(b)の仮定を置いた。

本研究では、給油利便性に影響を与えた要因として、GS利用形態に着目している。利用形態の影響を抜き出すために、各利用形態において仮に(c)という理想的な条件が整っていたとしても生じる給油利便性の低下を示す。

仮定(d)は、利用者の、GSへの到着の仕方を定めている。これにより、全利用者が同時にGS前に行列をつくるので、「最大」の待ち時間を用いて評価することとなり、「ランダム到着」による偶然性を排することができる。

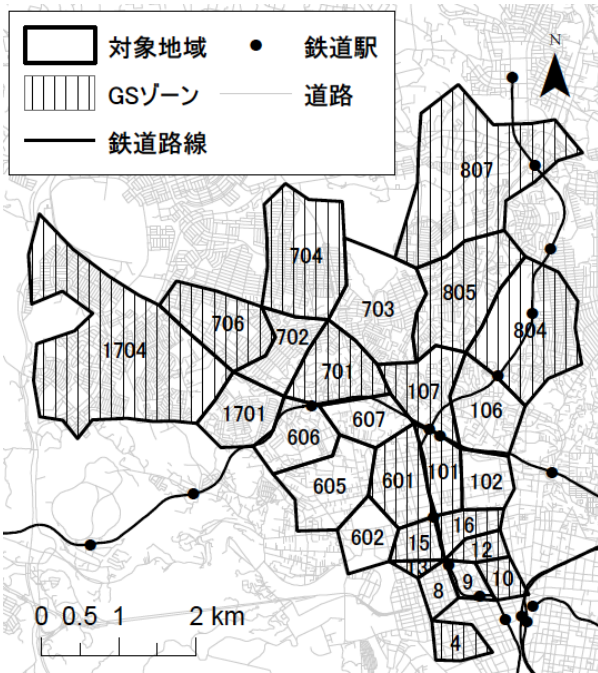


図2 分析対象地域

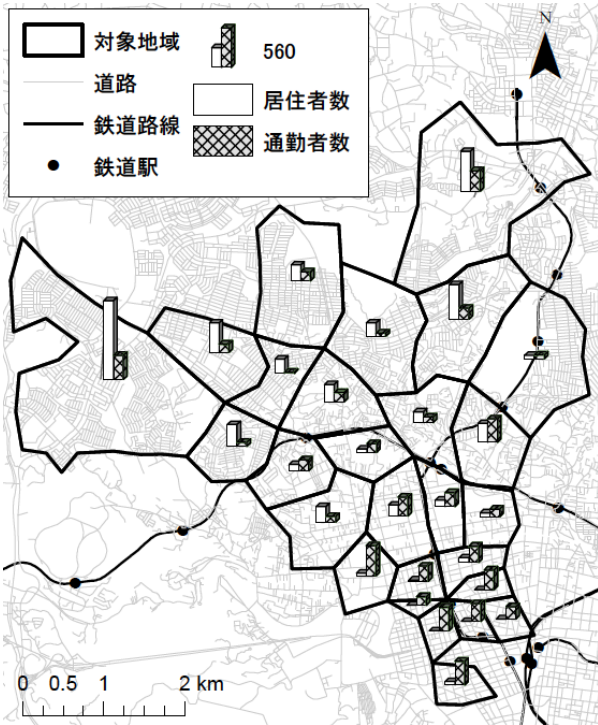


図3 居住者と従業者の分布

本研究では、利用者全体としての効率性の低下を問題としており、利用者一人ひとりの効用関数の差異を問題にしない。よって(e)のように、利用者が互いに同質であるものと仮定する。

(2) 対象地域

宮城県仙台市の都心部に向かって、北部から通勤する人々を取り上げ、図2に示した27ゾーンからなる地域を対象地域とする。なお、ゾーン区分は2002年仙台都市圏PT

(パーソントリップ) 調査の中ゾーン区分に従っている。

(3) 使用データ

本研究で作成したデータは、i)利用者数 OD c_{ij} 、ii)ゾーン間移動時間 t_{ij}, t_{ik}, t_{kj} 、iii)GS 候補地ゾーン集合 k 、iv)待ち時間曲線の折れ線近似パラメータ (a_n と b_n) の4つである。以下それぞれの作成方法を説明する。

i) 利用者数 OD のデータを説明する。初めに2002年仙台都市圏 PT 調査において「目的種類が通勤」かつ「代表交通手段が乗用車」であるサンプルの拡大係数を OD ペアごとに合計する。このとき、全 OD ペアの拡大係数の合計値は約5000であったことから、対象地域内を乗用車で通勤している人数は約5000人であるといえる。このときの、居住者分布と従業者分布を図3に示す。次に、「分析対象日には、対象地域内を乗用車で通勤している人々の20%だけが給油する」と仮定し、先の拡大係数合計値の20%を計算し、これを利用者数 OD とする。

ii) ゾーン間移動時間について説明する。まず、同 PT 調査において「代表交通手段が車」であるサンプルのトリップ時間を、同じ OD ペアごとに重みづけ平均した値を算出する。さらに、この値にダイクストラ法を適用し、サンプルが得られなかった OD ペアの値を補完するとともに、他ゾーン経由すれば移動時間が短縮できる OD ペアについては、その短縮後の値を用いる。

iii) GS 候補地ゾーン分布は、国土交通省国土政策局 GIS ホームページ³⁾の燃料給油所データ(作成時点2010年8月)を基に作成した。その際、対象地域内においてGSが少なくとも1件存在するゾーンをGS 候補地ゾーンとした($p = 16$)。対象地域内におけるGS 候補地ゾーンの分布は図2に示した通りである。なお、本研究では同一ゾーン内にGSが複数存在しても、それらをまとめて1件のGSとして扱っている。

iv) 折れ線近似パラメータは、 $w = 2.5$ (分)、 $N = 10$ とし、次の手順で求めた。全ての利用者が p 個の施設を同人数ずつ使用するときの、1施設当りの利用者数を r 人とする。施設に並ぶ利用者が、0人から増加し、 r 人だけ並んだとき、その施設で生じる待ち時間が、6本目の折れ線に初めて乗るように、各直線の傾きと切片を定めた(図10参照)。

(4) 計算結果と考察

営業GS数が2件、8件、16件の各場合の、売上に基づいて与えられるGS配置と、それらへの利用者数の分布を図4-図6に示す。営業GS数が2件の場合(図4)、最も居住人口が多い郊外のゾーンと、都心への通勤者の多くが通過する都心北端のゾーンにGSが配置され、居住地利用時には前者のGSの選択率が増えることが分かる。候補地の半数の8件が営業できる場合(図5)、都心最南端と5個の郊外ゾーンのGSが追加される。利用形態の違いは、やはり先の2ゾーン間で顕著に見られる。16候補地のすべてで営業する場合(図6)では、利用者数はほぼ均等に配分され、利用形態による差異はほとんど見られない。また営業GS数が1-16件の各場合の、a)1人当り所要時間(図7)、

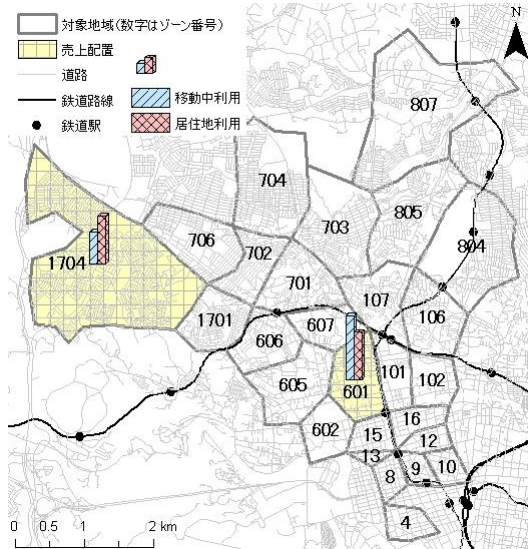


図4 利用者数分布 (営業GS数2件)

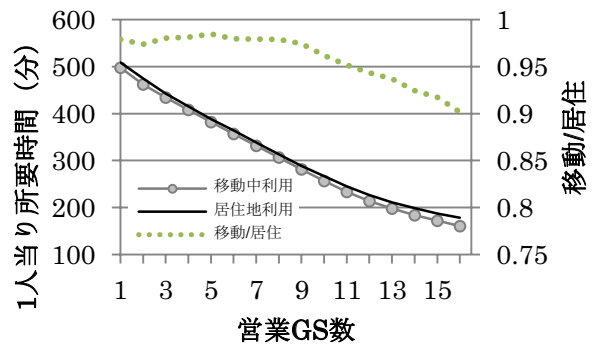


図7 1人当り所要時間

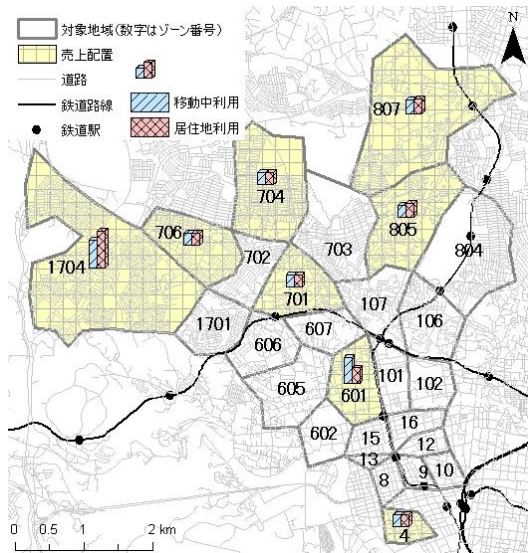


図5 利用者数分布 (営業GS数8件)

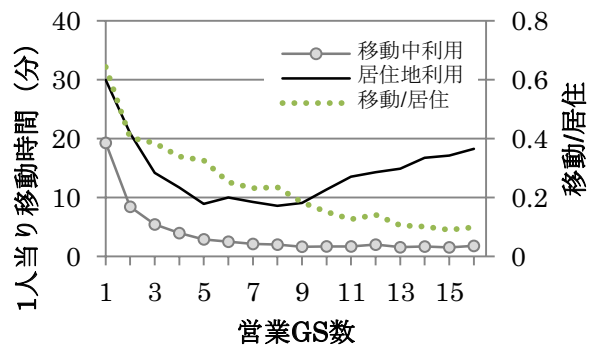


図8 1人当り移動時間

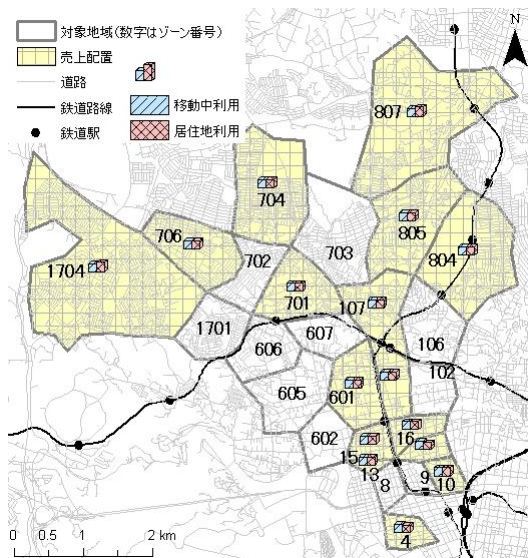


図6 利用者数分布 (営業GS数16件)

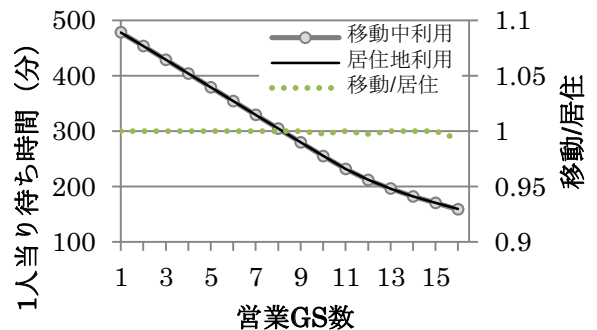


図9 1人当り待ち時間

b) 1人当り移動時間 (図8), c) 1人当り待ち時間 (図9) のそれぞれについて, i) 移動中利用の値, ii) 居住地利用の値, iii) (移動中利用の値)/(居住地利用の値)を示す.

(a) 移動中利用の有効性

1人当り所要時間を示した図7を見ると, 営業GS数が1~16の全ての場合において, 移動中利用の場合の1人当り所要時間の値は, 居住地利用の場合の値よりも短くなっており, 震災による移動中利用から居住地利用への変化が, 給油利便性の低下をもたらしたことがわかる. また, 移動中利用と居住地利用の所要時間の比率から, 営業GS数が多い時ほど, この所要時間の差異が大きいくことがわかる. 図9から待ち時間の差異がほとんど無いことから, 図8に

示した移動時間の差異が原因でこの利用形態間の違いが生じていることがわかる。

(b) 本研究で新たに待ち時間を考慮したことの影響

1人当り移動時間を示した図8を見ると、居住地利用の場合には、営業GS数が増加しても、直感とは異なり、1人当り移動時間が増加してしまう場合がある。具体的には、営業GS数の、(i)5から6への増加時と(ii)8以降の増加時である。この現象は、移動時間の項のみしか考慮していない先行研究⁴⁾では生じることのない現象である。1人当り所要時間(図7)、1人当り待ち時間(図9)には、このような増加は見られないことから、「移動時間が増加しても、それを打ち消せるほどに待ち時間が減少するため、両者の和である給油時間は小さくなった」と解釈できる。すなわち、ある居住地*i*の利用者にとって、居住地に近い営業GSがすでに他の多くの利用者に利用され、待ち時間が他ゾーンのGSのそれよりも大きい状態である場合に、移動時間を余計にかけても、空いている他ゾーンのGSを利用して待ち時間を抑えた方が、給油時間が小さくなるという状況であったと考えられる。また、この移動時間の増加現象は、移動中利用の場合にはほとんど発生していないことから、居住地から給油のためだけに移動するという震災時の利用形態に特有の現象であると考えられることができる。

4. おわりに

本研究では、地域利便施設配置と利用に関する既存のモデルには施設の待ち時間が考慮されていないことに着目し、待ち時間を考慮した施設選択モデル、施設配置モデルの定式化と、前者の震災時給油問題への適用を行なった。

本研究の成果は、i)個人合理的施設選択モデル(UO-A)と社会合理的施設選択モデル(SO-A)が類似の2次計画問題として定式化されることを示したこと、ii)提案したモデル(UO-A)を震災時給油問題に適用したところ、移動時間を犠牲にしても待ち時間を節約するという震災時に特有のGS利用者の行動が見られることを示したことである。

付録：混合整数2次計画法の近似解法

(1) 折れ線近似による minmax 問題の定式化

UO-A, SO-A および UO-L における総待ち時間を表す二次項を折れ線近似し、一次の minmax 問題に変換して近似解を求めることを考える。

各問題の二次項を図10のような*N*本の折れ線、

$$y_k = a_n \sum_{i,j} c_{ij} X_{ijk} + b_n \equiv g_{nk} \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

で近似する。これにより、UO-A の目的関数である式(2a)は、以下のように書き換えられる。

$$\min_{X_{ijk}, T_k} Z = \sum_{i,j,k} c_{ij} X_{ijk} t_{ijk}^{rep} + \sum_k T_k \quad (7a)$$

$$T_k = \max\{g_{1k}, \dots, g_{Nk}\} \quad \forall k \quad (7b)$$

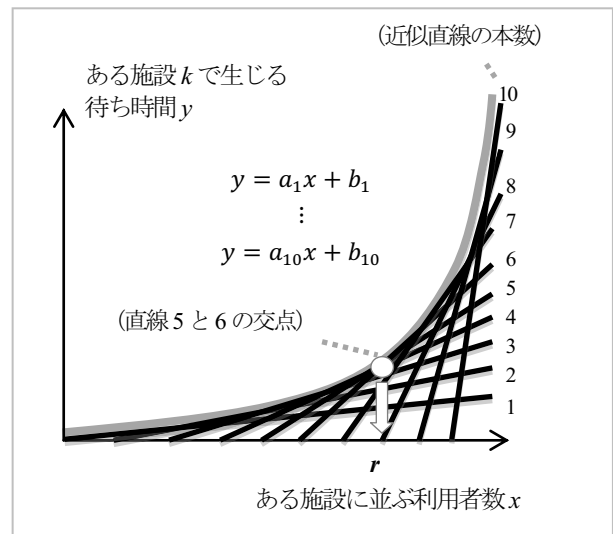


図10 待ち時間2次項の折れ線近似

さらに、Church らが提案した手法を用いて minmax 関数を線形目的関数に変換する⁶⁾。すなわち、

$$\min_{X_{ijk}, T_k} Z = \sum_{i,j,k} c_{ij} X_{ijk} t_{ijk}^{rep} + \sum_k T_k \quad (8a)$$

$$T_k \geq g_{nk} \quad \forall k, n \quad (8b)$$

を用いれば、施設選択問題(UO-A, SO-A)は線形計画法の問題となる。同様の置き換えにより、施設配置問題(UO-L)も混合整数線形計画問題に変換し近似解を求められる。

【謝辞】本研究は、経済産業研究所 2011-2013 年度地域経済研究プロジェクト「東日本大震災に学ぶ頑健な地域経済の構築に関する研究」、京都大学防災研究所 2012-13 年度共同研究「東日本大震災における支援物資と燃料輸送の実態解明」の一部である。

【参考文献】

- 1) 土木学会(1998), 「第1章 交通ネットワークフローの均衡問題」, 『交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法—』, pp1-9
- 2) 向井くみこ, 巽啓司, 福島雅夫(1998), 2次コスト0-1混合整数計画問題に対する近似解法, 電子情報通信学会論文誌, J81-A, pp649-657.
- 3) Hodgson, M.J., Rosing, K.E. and Storrier A. L. G. (1996), Applying the flow-capturing location-allocation model to an authentic network: Edmonton, Canada, *European Journal of Operational Research*, Vol.90, pp.427-443.
- 4) Hodgson, J. (1981), The location of public facilities intermediate to the journey to work, *European Journal of Operational Research*, Vol.6 (2), pp.199-204.
- 5) 国土交通省国土政策局: 国土数値情報ダウンロードサービス <http://www.mlit.go.jp/kokudokeikaku/gis/index.html>
- 6) Church, R.L. and Scappara, M.P.(2007), Protecting critical assets: The r-interdiction median problem with fortification, *Geographical Analysis*, No.39, pp.129-146.