災害研究に使えそうな統計解析手法の入門的解説

2015.4.30

人間・社会対応研究部門

被災地支援研究分野

奥村　誠

Mail:mokmr@m.tohoku.ac.jp

計量行動分析のページ

http://strep.main.jp　から，講義情報をたどる

RPとSP、調査の柔軟性とバイアス

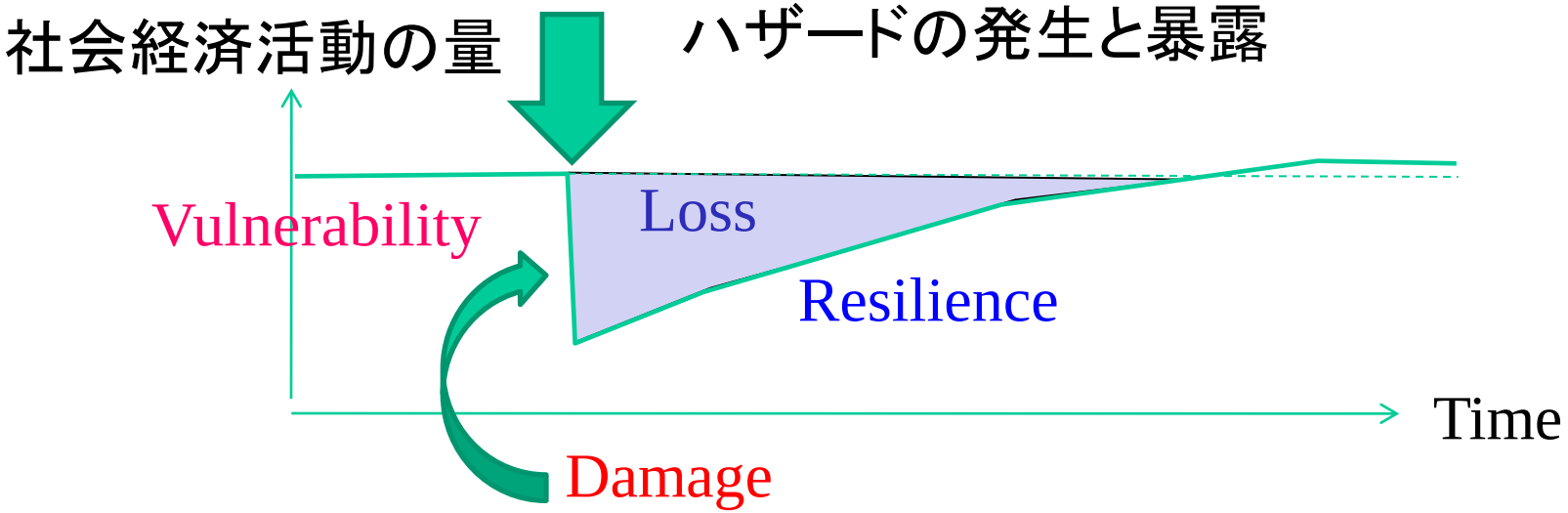
- RP:Revealed Preference　顕示選好（実際の行動）
  - その時、あなたは実際にどう行動しましたか？
  - 経験のない状況に対する行動はわからない
- SP:Stated Preference　表明選好（意向）
  - もし、このような状況になったら、あなたはどうしますか？
  - 現在存在しない状況も、仮想的に設定できる(柔軟性)
  - 仮想的価値評価法CVM（Contingent Valuing Method)
  - 回答と、実際の行動とには大きな差(バイアス)
    - 被験者が、仮想的な状況を理解しずらい
    - 特にメリットに比べ、デメリットの認識がしずらい
    - 調査者の意向を先読みして、好意的回答をする
    - 質問の順序や、言葉遣いが影響を与える
    - 自分の考えより、一般的な道徳規準に合わせた回答

リスクの認知や対応行動の調査

- 災害のように実経験が少ない事象を扱うため、どうしてもSP(表明選好)に頼りがち
- バイアスの影響が出やすい
  - 「災害への備えをした方がいい」ことはよくわかっているが、実際には「他のことの後回しになって、なかなかできない」という「後ろめたさ」
  - 真偽が問われないアンケート調査で、わざわざ自分の後ろめたい状況を報告する必要なし
  - 実際の自分の状況ではなく、そうあるべき自分の姿を回答してしまう傾向がある
    - 影響を受けそうな直接的な表現を避ける、同じ質問を形を変えて何回か尋ねるなどの工夫が不可欠
    - そのような工夫は、答えにくさにつながり、回答率が減少

災害マネジメント論における適応戦略

- Hazard　　ハザード：自然外力の強さ
- Exposure　　暴露：人命，資産，土地利用，活動
- Vulnerability　脆弱性：社会システムの弱さ
- Resilience　　回復力：回復の速さ



$\propto$ Hazard × Exposure × Vulnerability

数少ない災害事例(RP)から政策に役立つ知識・法則性を引き出す

脆弱性を小さくするか、回復力を高めるか？

- 要因の政策による変化が，どの程度脆弱性を低減させるかを，客観的・定量的に把握したい（統計手法）

- 脆弱性の定義（被害／人口・資産）：0-1間の比率

→特別な取り扱いが必要（一般化線形モデル）

- 政策操作要因以外にも多くの周辺要因が影響

事例数が少ない、実験はできない

- 周辺要因の値が同じデータを揃えるのは困難

→周辺要因の影響を調整する（傾向スコア法）

基本は回帰モデル

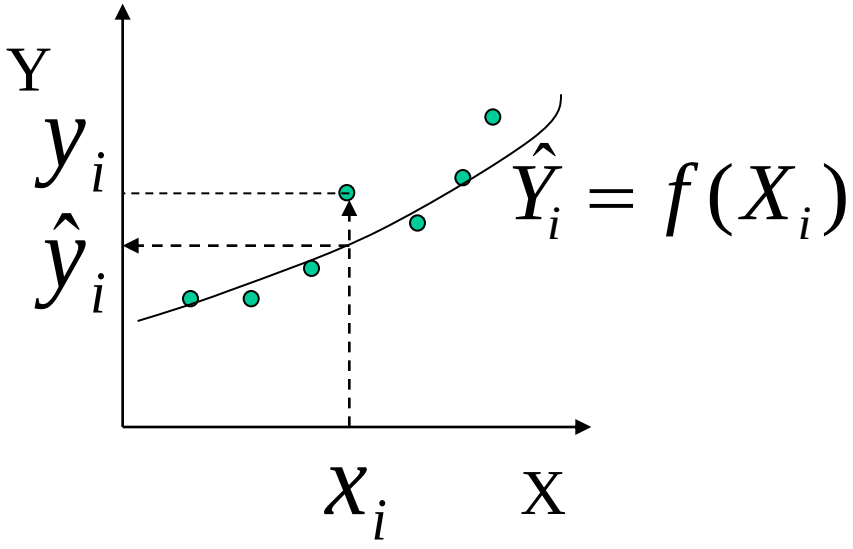
- いくつかの変数間に相関関係が存在
- ある変数の値を、別の変数を用いて説明

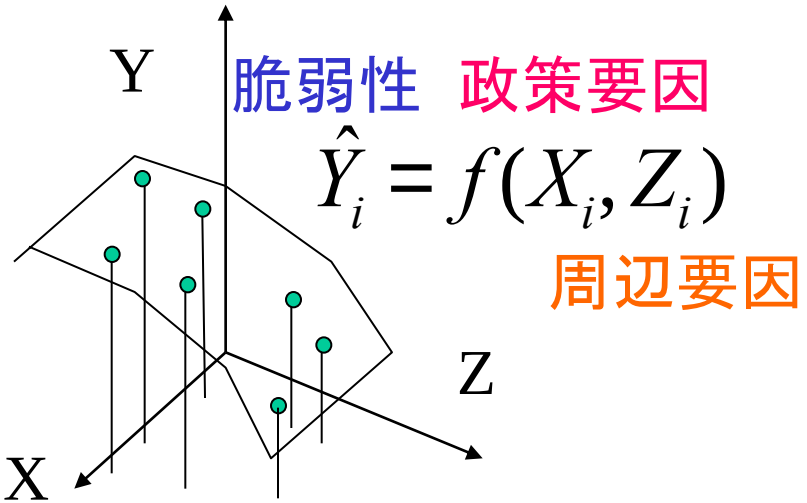
従属変数、目的変数
被説明変数

説明式を作成

独立変数、説明変数

変数Y,実現値y_i　　推計値$y_i=f(x_i)$　　変数X,実現値x_i





通常の重回帰式は線形（平面あてはめ）

Linear Model in R　線形回帰

- Linear　Model
  - ◆ $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 f_i + \cdots$

    response variable ～　intercept + slope * explanatory variable
  - ◆　lm(y~ x + f ▪▪▪), lm(y~x + f -1) (no intercept)

```
require(graphics)
## Annette Dobson (1990) "An Introduction to Generalized Linear Models".
## Page 9: Plant Weight Data.
ctl <- c(4.17,5.58,5.18,6.11,4.50,4.61,5.17,4.53,5.33,5.14)
trt <- c(4.81,4.17,4.41,3.59,5.87,3.83,6.03,4.89,4.32,4.69)
group <- gl(2,10,20, labels=c("Ctl","Trt"))
weight <- c(ctl, trt)
lm.D9 <- lm(weight ~ group)
lm.D90 <- lm(weight ~ group - 1)    # omitting intercept
anova(lm.D9)
summary(lm.D90)
opar <- par(mfrow = c(2,2), oma = c(0, 0, 1.1, 0))
plot(lm.D9, las = 1)
# Residuals, Fitted, ...
Par(opar)
 ### less simple examples in "See Also" above
```

Generalized Linear Models in R
一般化線形モデル

- Linear Model
  - $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 f_i + \cdots$

    response variable ～ intercept + slope * explanatory variable
  - lm(y~ x + f ▪▪▪), lm(y~x + f -1) (no intercept)
- Generalized Linear Model
  - $f(y_i) = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 f_i + \cdots$

    Model &Link function ～ intercept + slope * explanatory variable
  - glm(y ~ x, data = d, family = binomial)

Generalized Linear Models
一般化線形モデルの種類

◆Generalized Linear Model $f(y_i) = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 f_i + \cdots$

glm(y ~ x, data = d, family = binomial)

◆Family（Modelled Probability Distribution)

- ◆binomial(link = “logit“) 2項分布（規定試行中の発生数）
- ◆gaussian(link = “identity”) 正規分布
- ◆Gamma(link = “inverse”) ガンマ分布（正のみ）
- ◆inverse.gaussian(link = “1/mu^2”) 逆ガウス分布
- ◆poisson(link = “log”) ポアソン分布（一定時間中の発生回数）
- ◆quasi(link = “identity”, variance = “constant”)正規分布（不均一）
- ◆ quasibinomial(link = “logit”) 2項分布（分散不均一）
- ◆ quasipoisson(link = “log”) ポアソン分布（分散不均一）

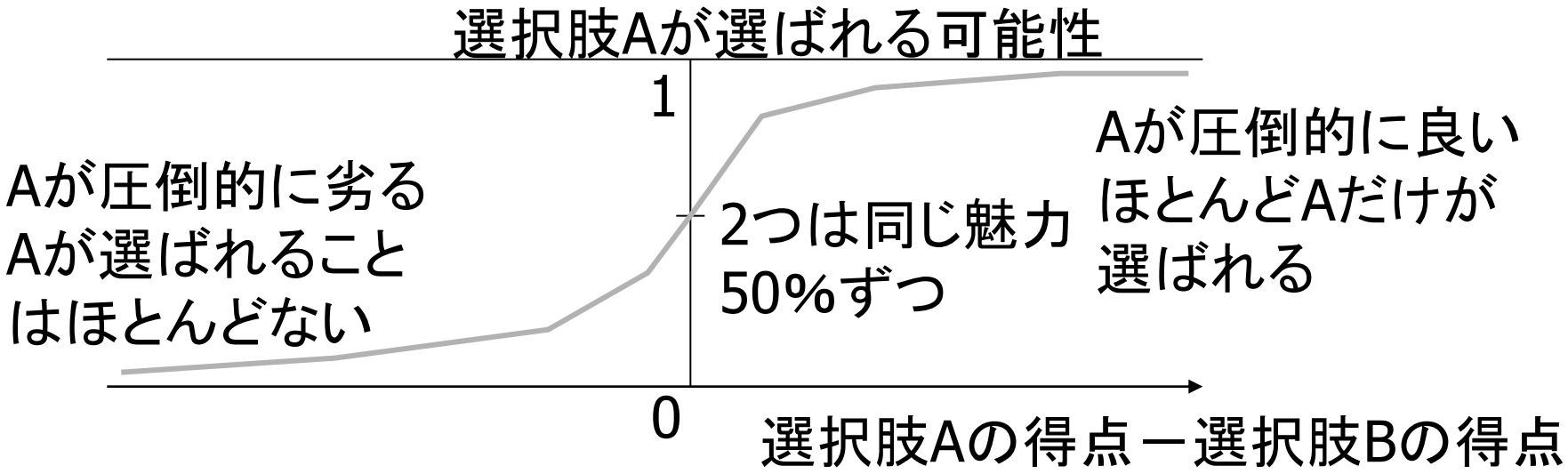
ロジットモデルとは（離散的選択のモデル）

- 個人は，採りうる選択肢alternativeを列挙する
- それぞれの選択肢の特徴と費用に基づいて，評価得点utilityをつける
- 評価点が高いものを選ぶ

中国旅行　60点フランス旅行　40点　アメリカ旅行50点

確率的選択：評価点の差と選択率

- 実際には
  - ほとんど評価点が同じときは，どちらも選択される可能性がある
  - 評価点の差が大きいときは，片方しか選ばれない．



ある事象が発生するかしないかの確率を表現できる

ロジットモデル（ロジスティック回帰）

- S字型の曲線として，

$$P_1 = \frac{\exp(\eta V_1)}{\exp(\eta V_1) + \exp(\eta V_2)} = \frac{1}{1 + \exp[\eta (V_2 - V_1)]}, \qquad P_2 = 1 - P_1$$

  という式で表わされる曲線を使うと，
  - いろいろな計算が簡単にできる
  - 3つ以上の選択肢からの選択も同じ形になる
- 2000年ノーベル経済学賞

  McFadden（1937-）が提案
  - 各自の評価点が安定している部分と確率的に変動する部分の和である場合の選択から理論的に導いた。（ランダム効用モデル）

Binomial Logistic Model (occurrence number in given trials)

- Binomial Model for the number of survived plant in 8 obserbations, regressed on plant size and nutrification (p118)
- Maximize log-likelihood

$$q_i = \text{logitstic}(z_i) = \frac{1}{1+\exp(-z_i)}$$

$$p(y \mid N, q) = \binom{N}{y} q^y (1-q)^{N-y}$$

$$z_i = \log \frac{q_i}{1-q_i}$$

glm(cbind(y,N-y) ~ x + f, data = d, family = binomial)

```
#page 117 plant data
d <- read.csv("data4a.csv")
d$N  # number of trials
d$y  # number of survived plant
d$x  # plant size
d$f  # nutrification (treat-control)
plot(d$x, d$y, pch =c(21, 19)[d$f])
```

```
# model p122
fit.all <- glm(cbind(y, N-y) ~ x + f, data=d,
family=binomial)
print(fit.all)
logLik(fit.all)
```

東日本大震災における津波伝承知メディアの減災効果
-地名と津波碑を対象として-

一般化線形モデルの適用例として
佐藤翔輔先生に
データをいただきました

津波工学研究室　鹿島 七洋
指導教員　今村 文彦
研究指導教員　佐藤 翔輔

はじめに

ー背景ー

我が国には地名、碑文、口承など津波の経験を後世に伝える有形無形の媒体「津波伝承知メディア」が存在する。津波被害軽減効果を目的として生まれる「津波伝承知メディア」であるが、それらが真に津波被害軽減効果を有しているかは定量的には明らかにされていない。

ー目的ー

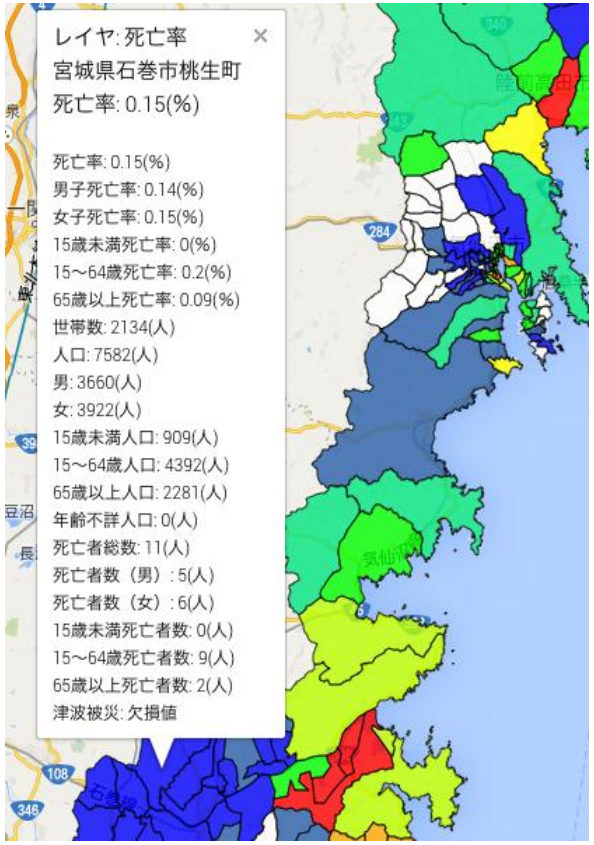
本研究では、津波伝承知メディアである津波由来地名と津波碑に着目し、東日本大震災の主な被災地である岩手・宮城・福島における津波由来地名と津波碑を整理・分類し、津波由来地名と津波碑が本大震災において人的被害の軽減に影響を及ぼしたかどうかを明らかにする。

昭和8年大津波碑（岩手県宮古市姉吉地区）

研究方法-データ-

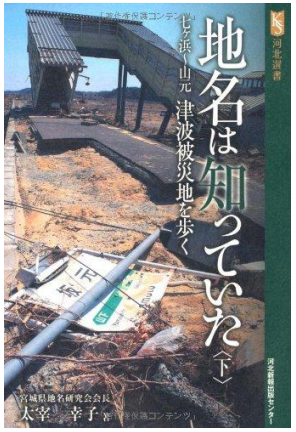
人的被害の程度

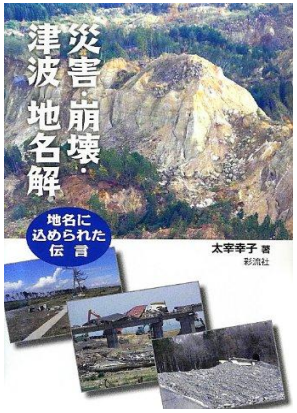
谷（2012）より浸水のあった各町大字の人口・死亡者数・死亡率を抽出。



津波由来地名

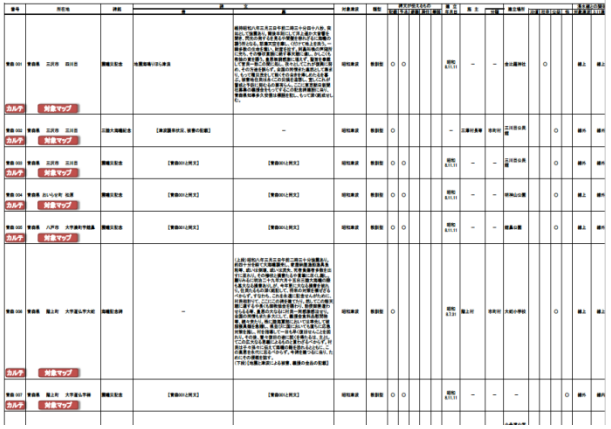
刊行書籍より①3県沿岸部が対象②津波に関する記述ありの地名を選定し、整理・分類。

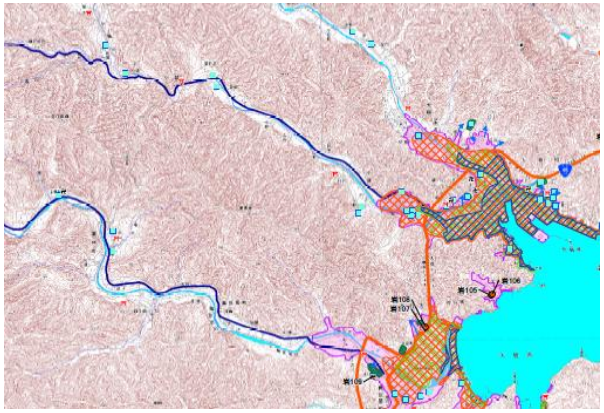




津波碑

「津波被害・津波石情報アーカイブ（国土交通省,2012）」より、各町大字の津波碑数を集計。





研究方法-分析-

3県・地形別の基礎情報

	岩手県	宮城県	福島県	リアス部	平野部
対象町大字数	90	324	136	183	367
人口（人）	164,221	454,582	172,780	261,552	530,031
死者数（人）	4,374	8,743	1,359	7,184	7,292
死亡率（%）	2.66	1.92	0.79	2.75	1.38
津波由来地名	5	33	15	17	36
碑文数	211	68	0	269	1

津波伝承知メディアが減災効果を有しているかどうか明らかにする

検討1　津波碑文数と死亡率の相関関係

各町大字の津波碑文数と死亡率から散布図を作成し、傾向を検証。

検討2　津波伝承知メディアの有無による平均死亡率の差の検定

県ごと、地形ごとに津波由来地名有無地区、津波碑有無地区それぞれの死亡率を算出し、平均値の差が有意であるかどうか検証。

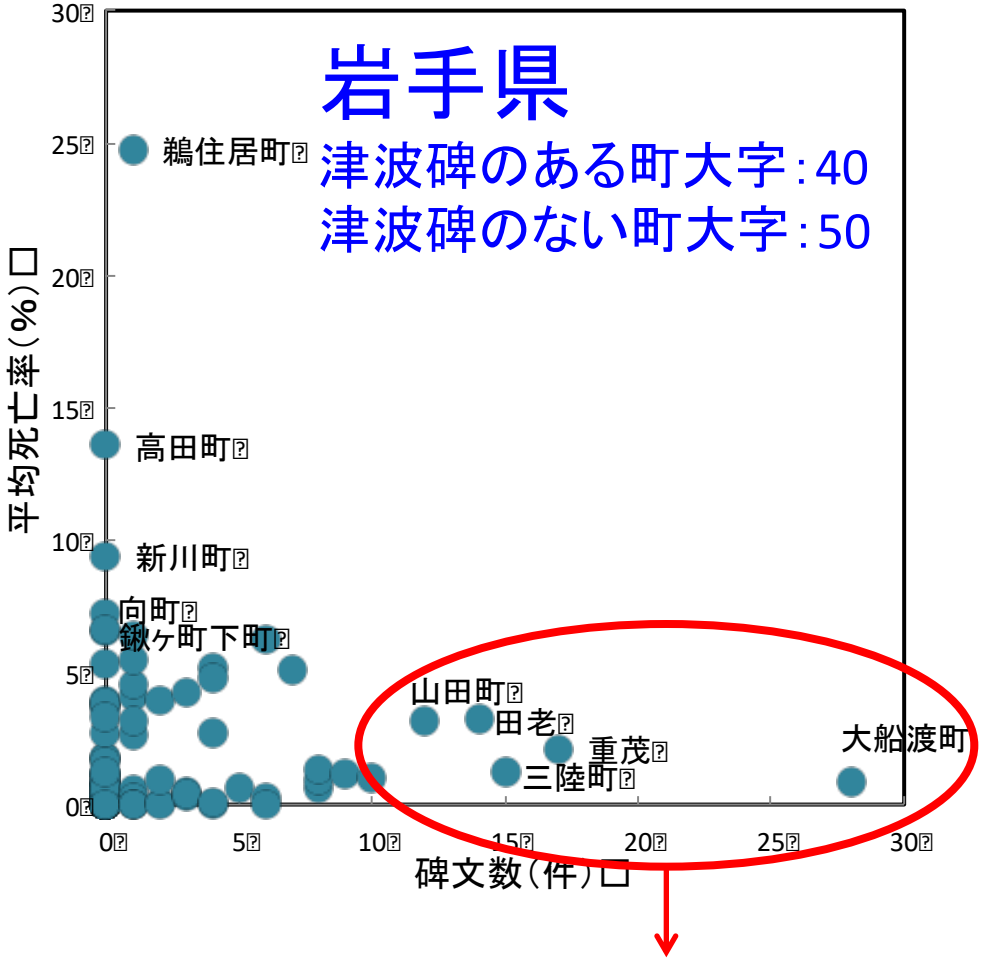
検討3　各町大字の津波最大高を取り入れた重回帰分析による検定

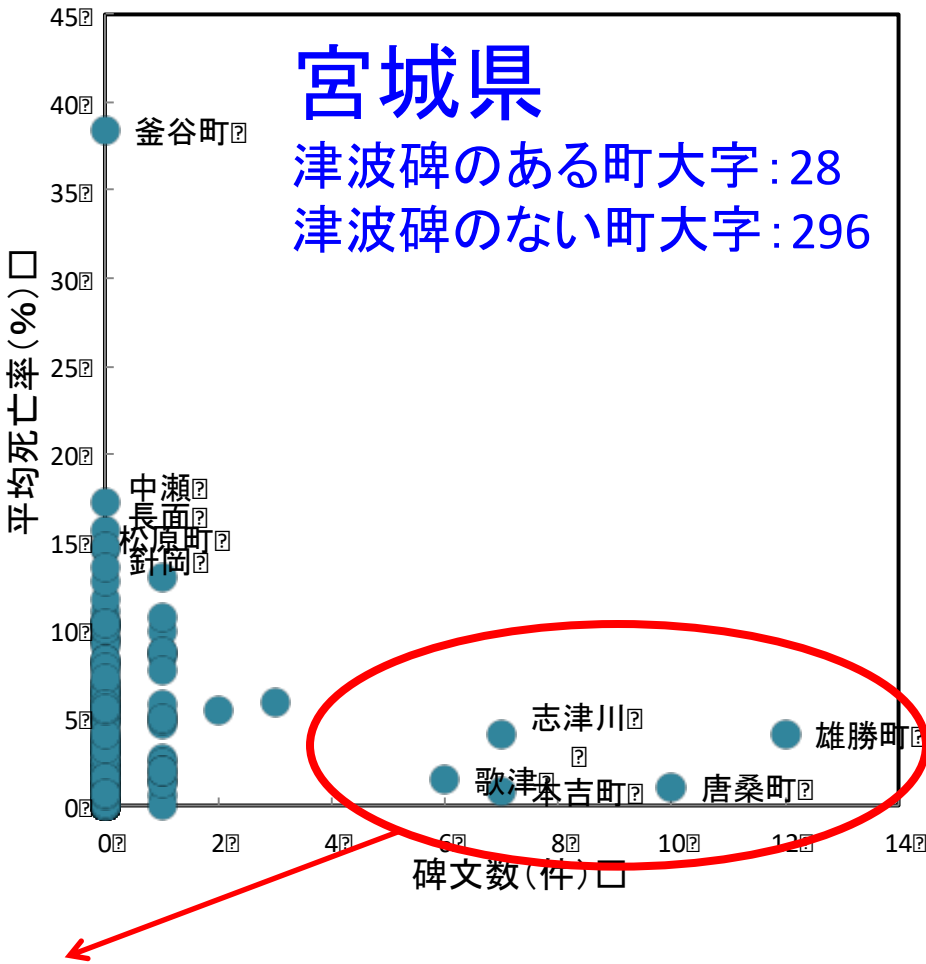
目的変数：死亡率

説明変数：最大津波高、津波由来地名有無、津波碑数

として各県・3県・リアス部に対し重回帰分析（強制投入法、ステップワイズ法）を行った。

検討1：各町大字の津波碑文数と死亡率の相関

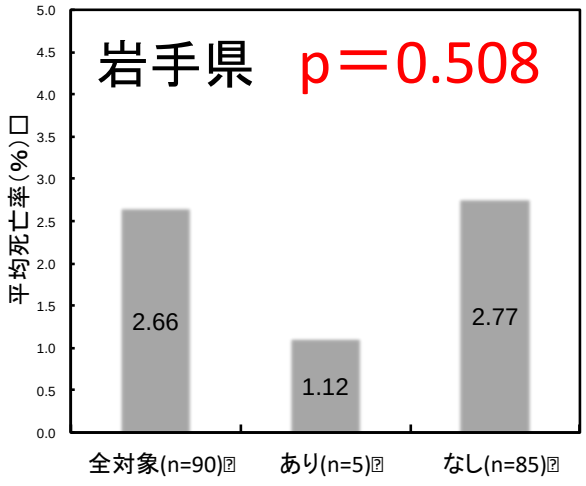


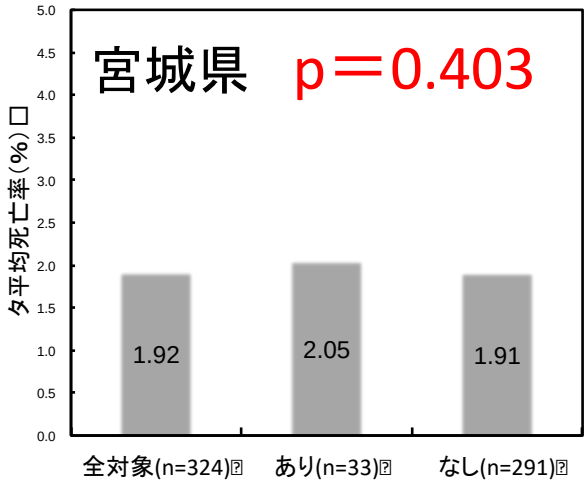


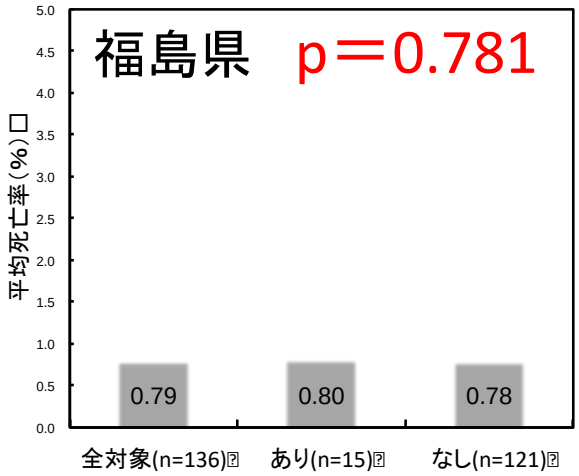
最大津波高はおよそ15～35m⇔死亡率はいずれも5%以下

検討2：平均死亡率の差の検定結果-津波由来地名-

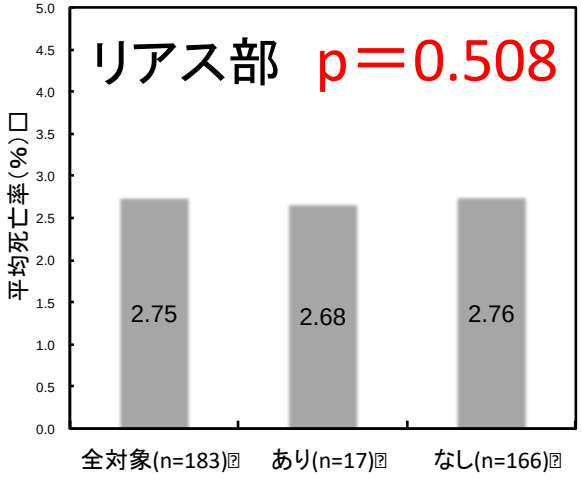
県別

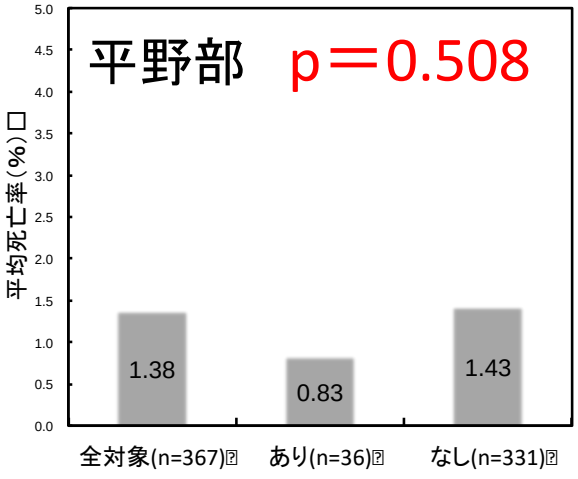






地形別



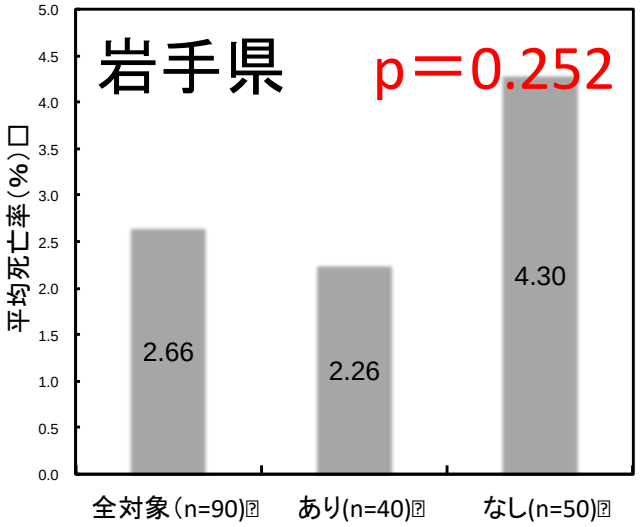


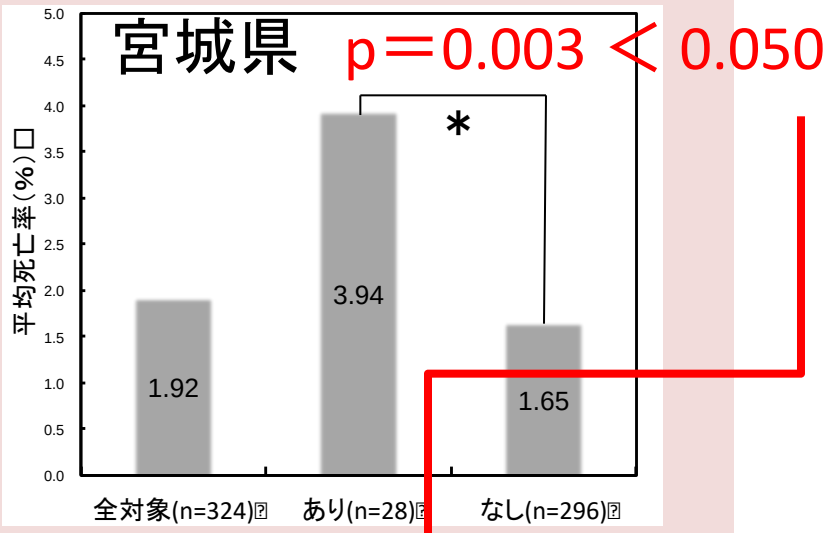
有意性が認められる組み合わせなし

※ｐ＜0.05で有意と言える

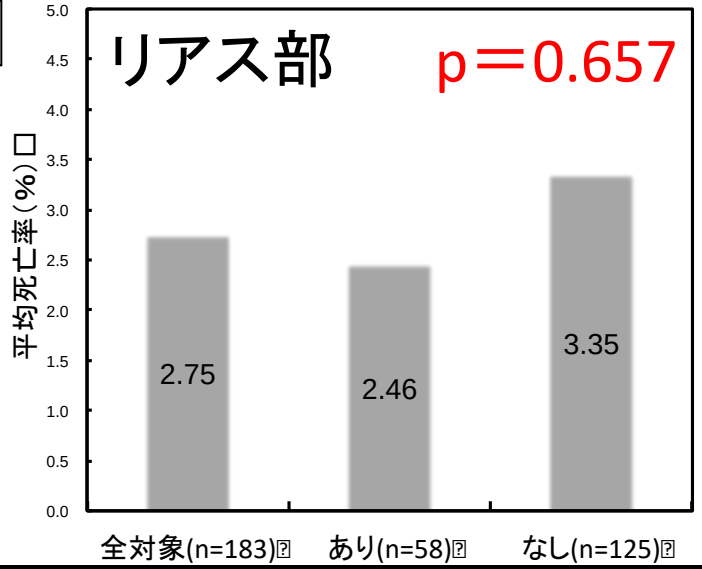
検討2：平均死亡率の差の検定結果-津波碑-

県別





地形別



8つの組み合わせのうち宮城県、津波碑有無の組み合わせにのみ有意性が見られるが、死亡率は 碑のある地域＞碑のない地域

考察

①津波碑が存在する＝過去に津波被害！
⇒今回も津波が襲来（津波碑効果薄い？）

検討3：重回帰分析の結果-津波由来地名・津波碑-

○強制投入法

津波由来地名有無、津波碑数の有意性はほとんどの組み合わせで認められなかった（p＝.101～.996）が3県で行った津波碑数にのみ負の相関の有意性が見られた（碑文数が増加すると死亡率が低下する）。

強制投入法による重回帰分析結果（3県）

説明変数	標準化されていない係数		標準化係数	t□値	有意確率
	B	標準誤差	ベータ		
（定数）	1.561	.278		5.605	.000
最大津波高	.135	.031	.246	4.309	.000
津波碑数	−.211	.087	−.139	−2.433	.015 ＜ .050
津波由来地名	.213	.635	.016	.336	.737

○ステップワイズ法

宮城県、3県にのみ適用されたが、津波由来地名有無、碑文数はいずれも除外された（死亡率に対する説明変数にはならなかった）。

おわりに

ーまとめー

・津波由来地名は減災効果を有していない

・津波碑は減災効果を有している

⇒津波碑が存在する地域は防災意識自体が高いと考えられる

ー今後の課題ー

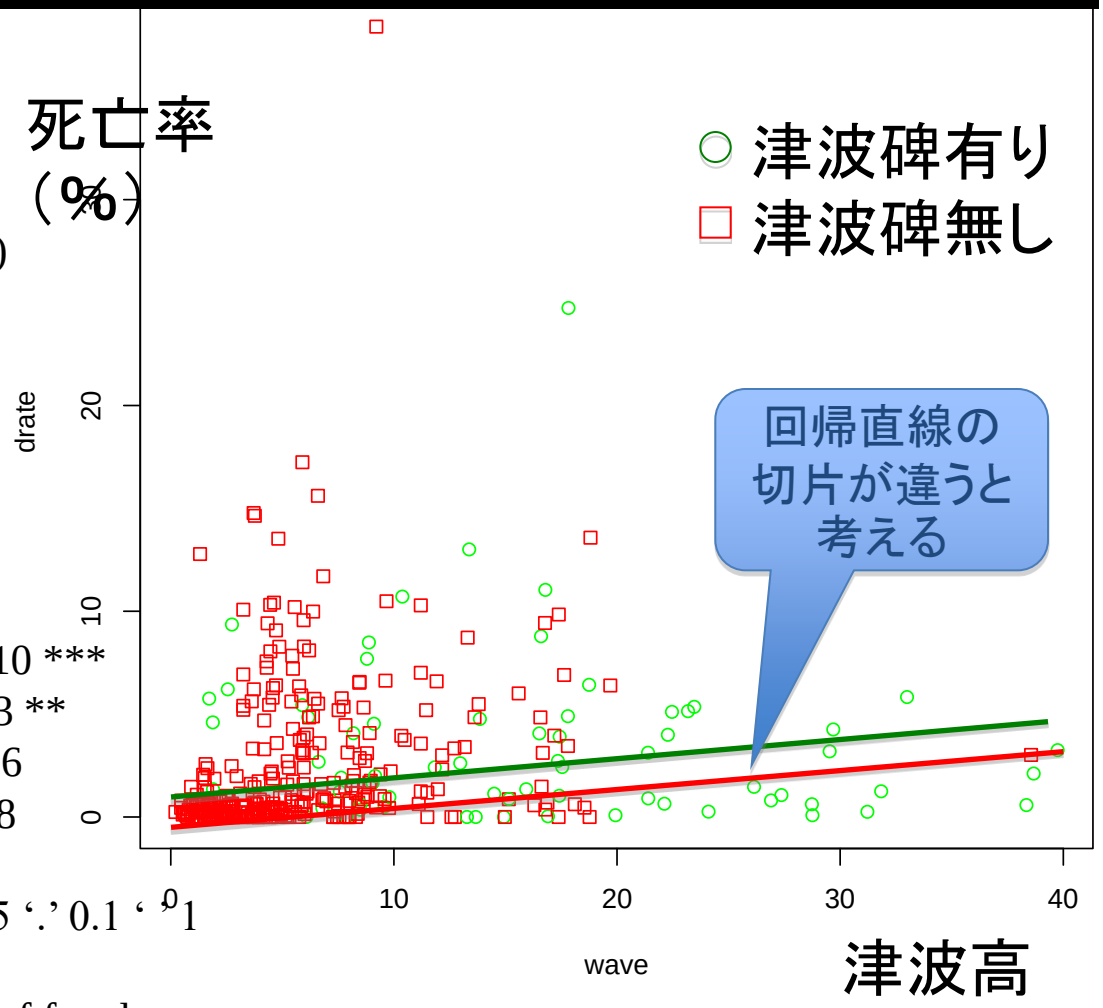
・他の津波伝承知メディアを統計分析

・インタビューやアンケートなどの実施

→津波伝承知メディアの認知度等の把握

重回帰分析でしていること

```
Call:
lm(formula = drate ~ wave + exstone + name)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-4.745 -1.958 -1.453  0.700 35.698

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.73025    0.27616   6.265 9.41e-10 ***
wave         0.08876    0.03265   2.719  0.00683 **
exstone      0.19045    0.61058   0.312  0.75526
name         0.16410    0.64200   0.256  0.79838
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 3.75 on 410 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.03042,    Adjusted R-squared:  0.02333
F-statistic: 4.288 on 3 and 410 DF,  p-value: 0.005375
```



死亡率の定義に戻ると

死亡率＝死亡者数／居住人口（本当は昼間人口であるべき）

地域ごとに，居住者の一人一人が、同一の死亡確率にさらされて、たまたまその中のある人数が死亡してしまった

赤玉と白玉が一定の割合で入っている壷から、玉を一つ取り出しす試行を繰り返した場合の，赤玉の出現回数

死亡率がその地域の説明要因のロジット関数として，0-1の間の値で与えられ，それが居住人口の一人一人に試行されて、結果として何人かが死亡した.

二項分布　ロジットリンクの　一般化線形モデル

一般化線形モデル（二項分布ロジットリンク）

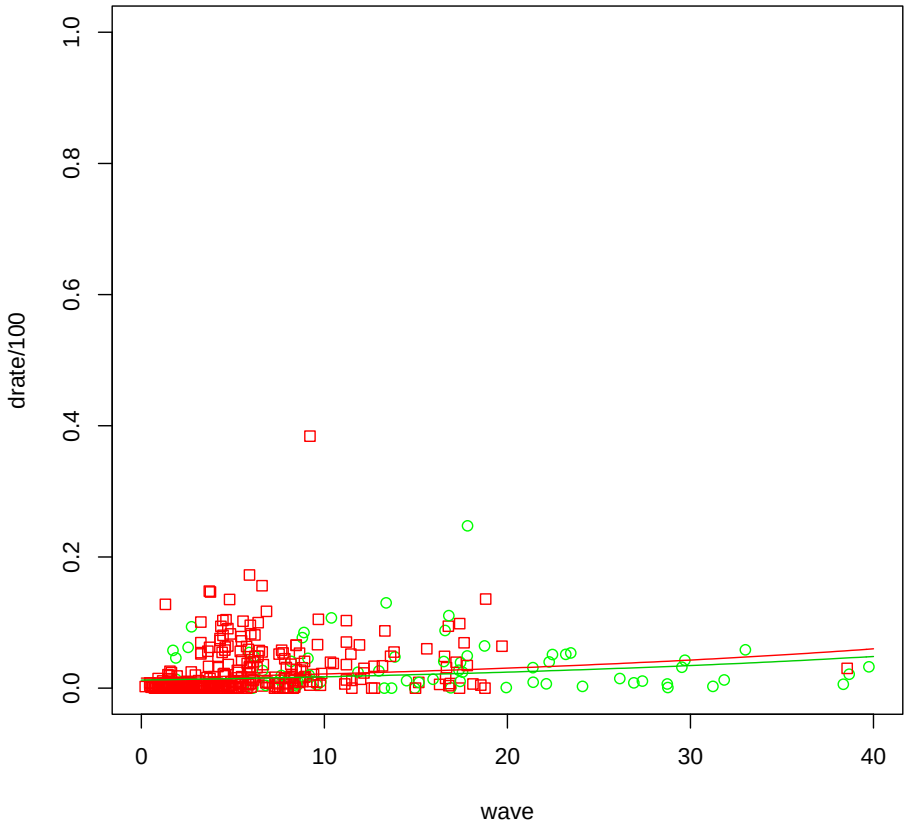
```
result2 <- glm(cbind(death,pop-death)~wave+exstone+name, family = binomial)

Coefficients:Estimate Std. Error  z value Pr(>|z|)
(Intercept) -4.157152   0.014143 -293.930  < 2e-16 ***
wave         0.034992   0.001332   26.264  < 2e-16 ***
exstone     -0.214065   0.030575   -7.001 2.54e-12 ***
name        -0.156785   0.033607   -4.665 3.08e-06 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 21451  on 413  degrees of freedom
Residual deviance: 20274  on 410  degrees of freedom
AIC: 21694
```

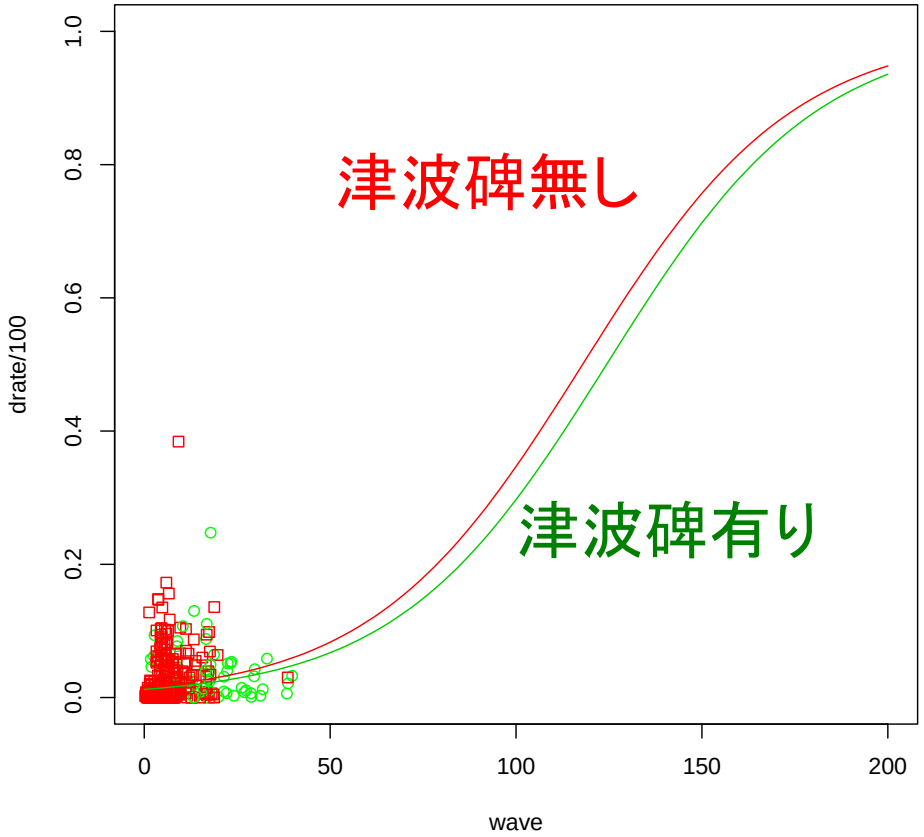
もちろん津波高が最も死亡率に強く影響

津波碑があること、地名が残っていることは、有意に死亡率を低くしている！

```
reg1 <- function(w) 1/(1+exp(4.169587-0.035371 * w))
reg2 <- function(w) 1/(1+exp(4.169857+0.227790 - 0.035371 * w))
plot(wave,drate/100,bg=c(2,3), pch=as.numeric(isstone))
curve(reg1, col=2, add =TRUE)
curve(reg2, col=3, add =TRUE)
```

死亡率のS字曲線は少し右にずれた！





左図の〇と□に合うように2つの（左右にずれた）S字曲線を当てはめ

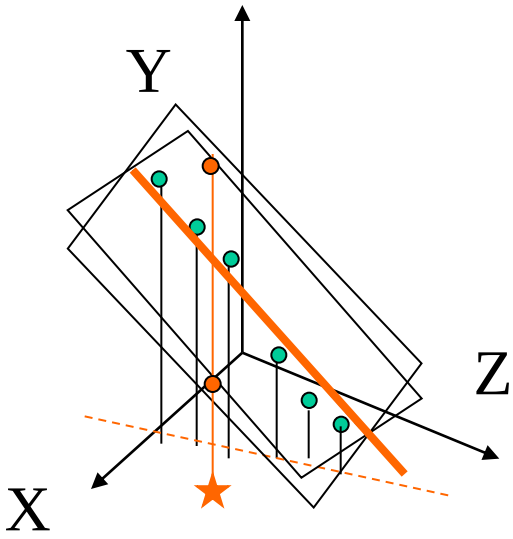
線形回帰のときとは、効果が逆に出た！

同じ死亡率でも、居住者数が違えば2項分布の確率が異なるため

第2の問題：重共線性

- 多数の説明変数の間に相関がある場合
  - 目的変数への効果を一意に分離できない
  - 係数の推計値が安定しない（直感に反する符号を取るなど）

すべての観測値が
ほぼ一直線上にある



この直線を含むような平面であれば、どの式を使っても当てはまりにはほとんど差はない

直線上にない場所のYの予測値には大きな差がでる

過去の津波高が高いほど，津波碑が多く残っている

今回の津波高と，津波碑の存在

result1 <- glm(exstone ~ wave, family=binomial)
➢summary(result1)

Deviance Residuals:
    Min   1Q   Median   3Q   Max
-3.0909 -0.4353 -0.3283 -0.2562   2.5955

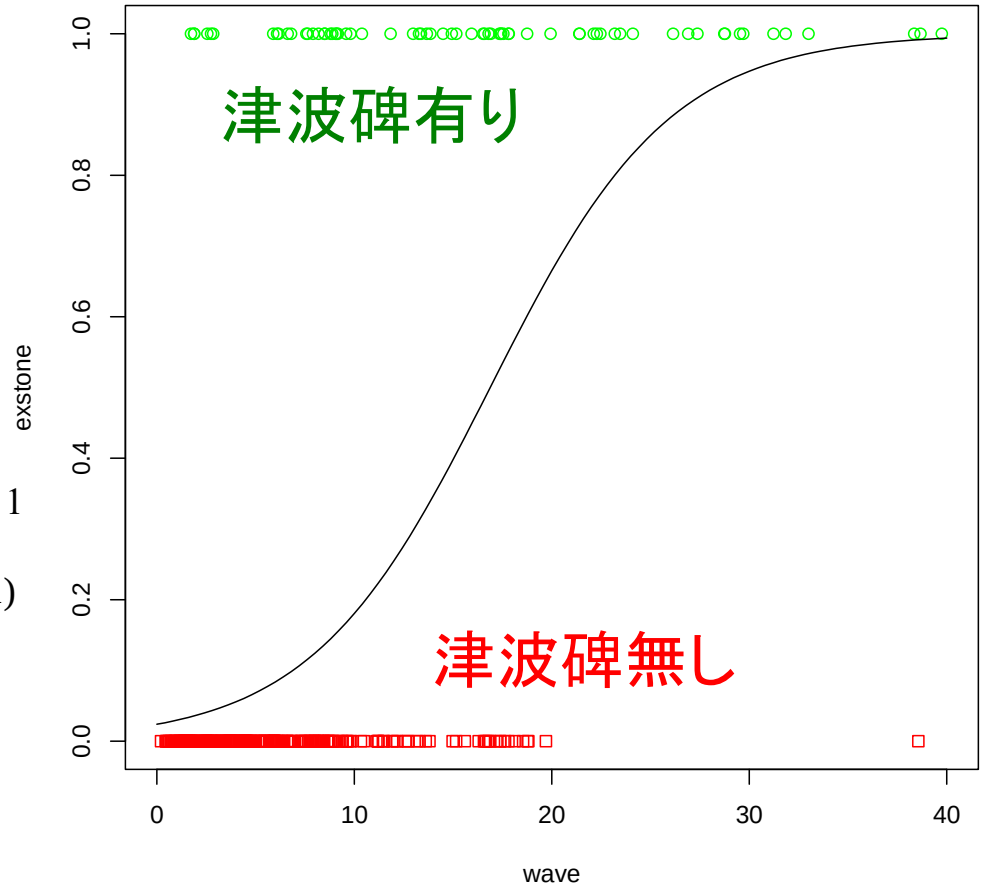
Coefficients: Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -3.71149   0.31817 -11.665   <2e-16 ***
wave   0.21992   0.02617   8.405   <2e-16 ***

Signif. codes: 0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 369.83 on 413 degrees of freedom
Residual deviance: 253.06 on 412 degrees of freedom
AIC: 257.06

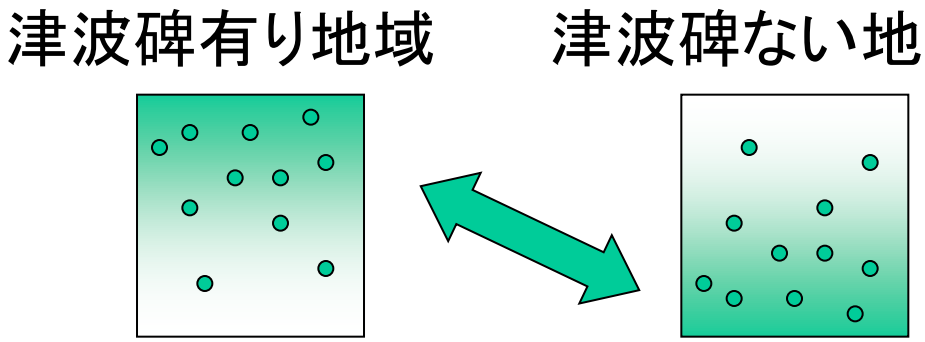
Number of Fisher Scoring iterations: 5



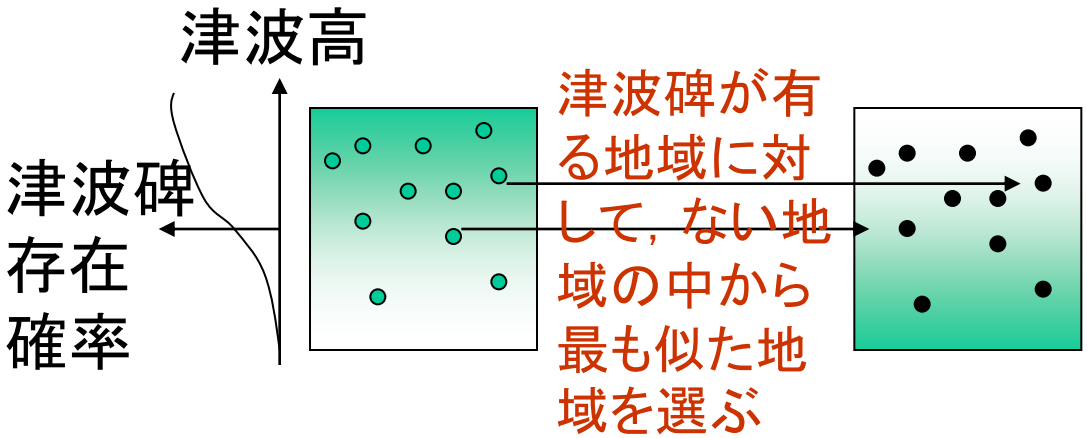
津波碑の存在自体をロジットモデルに当てはめると、
有意なモデルができる

マッチング法のアイデア

- 他の条件が同じで津波碑があった地域と津波碑がなかった地域の死亡率を比べたい



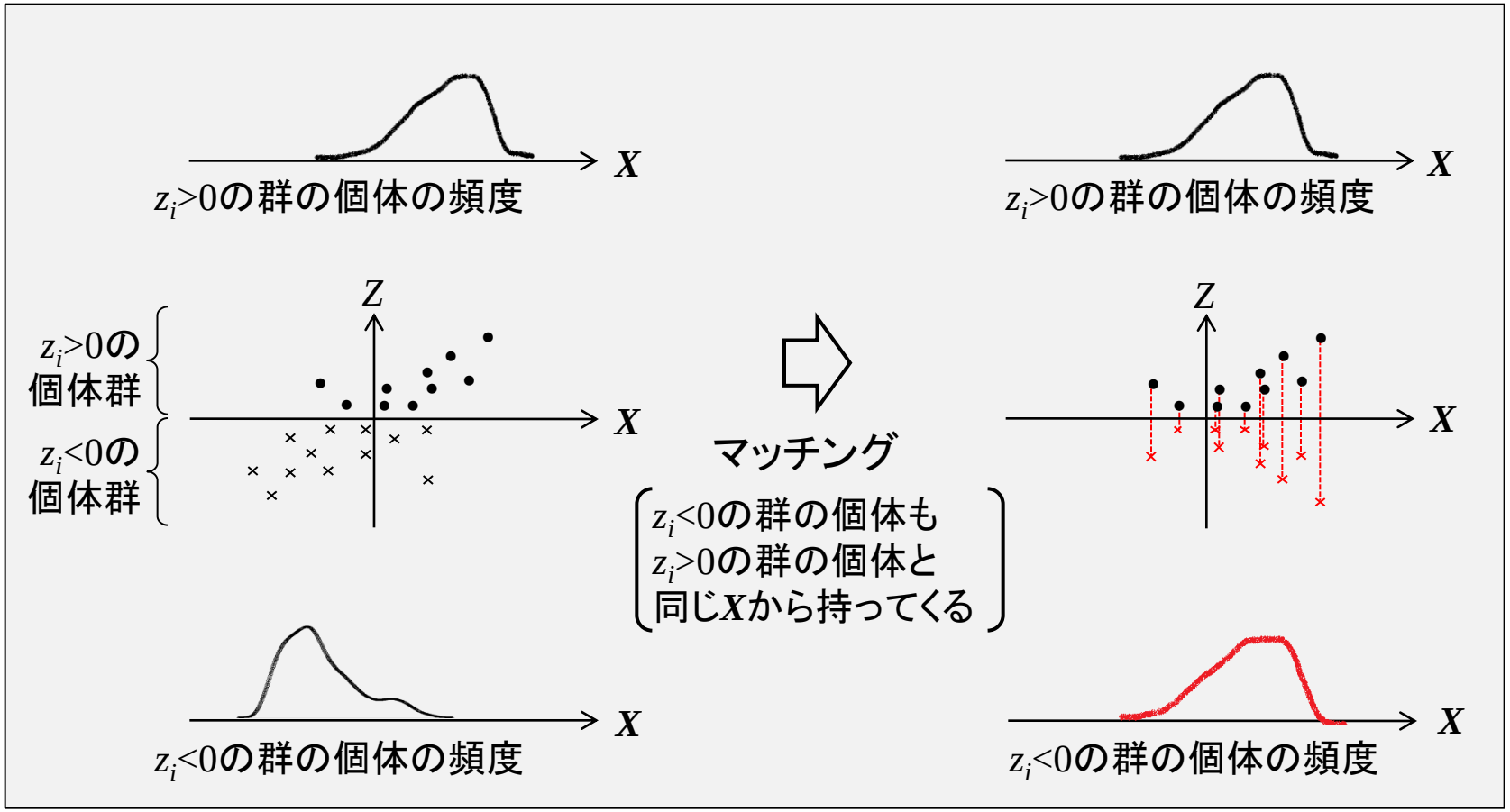
周辺要因（津波高）の違うサンプル間を比較するので、死亡率の違いが周辺要因の違いによるものか、津波碑の存在による影響かがわからない



津波碑があってもおかしくない地域で、たまたま津波碑がなかった地域を、比較の相手に持ってくる

傾向スコアマッチング（考慮すべき周辺要因が多いとき）

- 傾向スコアe_i(x_iの関数)の値に基づき，比較する個体を選定.



XとZの相関が消え，多重共線性が解消される

図2　傾向スコアマッチング

傾向スコア

傾向スコアの定義

個体 i の着目する変数を z_i，その他の説明変数の値を $\boldsymbol{x}_i$ とすると，個体 i が$z_i>0$の群へ割り当てられる確率 e_i を傾向スコアという $(0 \le e_i \le 1)$.

$$e_i = p(z_i > 0 \mid \boldsymbol{x}_i)$$

» ロジスティック回帰モデルにより，個体 i の傾向スコア e_i の推定を行う.

$$p(z_i > 0 \mid \boldsymbol{x}_i) = e_i = \frac{1}{1+\exp\{-\boldsymbol{\alpha}^t \boldsymbol{x}_i\}}$$

このとき，z に関する尤度は，

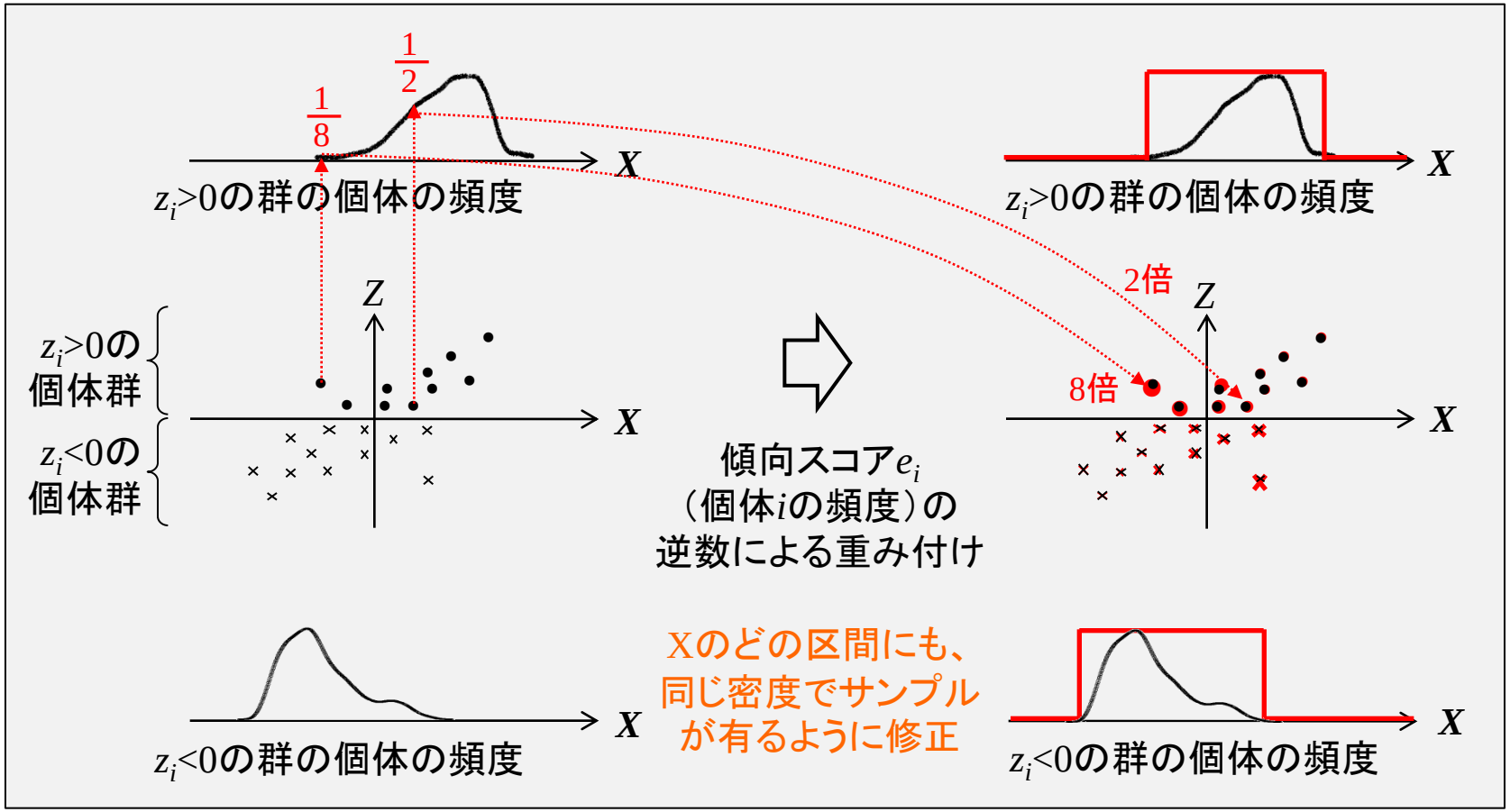
$$\prod_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{1+\exp\{-\boldsymbol{\alpha}^t \boldsymbol{x}_i\}} \right)^{z_i} \left(1 - \frac{1}{1+\exp\{-\boldsymbol{\alpha}^t \boldsymbol{x}_i\}} \right)^{1-z_i}$$

式(3)を最大化する最尤推定値 $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ を用いることで，個体 i の傾向スコアの推定値は以下のように表される.

$$\hat{e}_i = \frac{1}{1+\exp\{-\hat{\boldsymbol{\alpha}}^t \boldsymbol{x}_i\}}$$

傾向スコアによる重み付け推定法

- 傾向スコアe_iの逆数を重みとして与え，回帰分析を行う．
- 分布が少ないところに存在する個体数を拡大する．

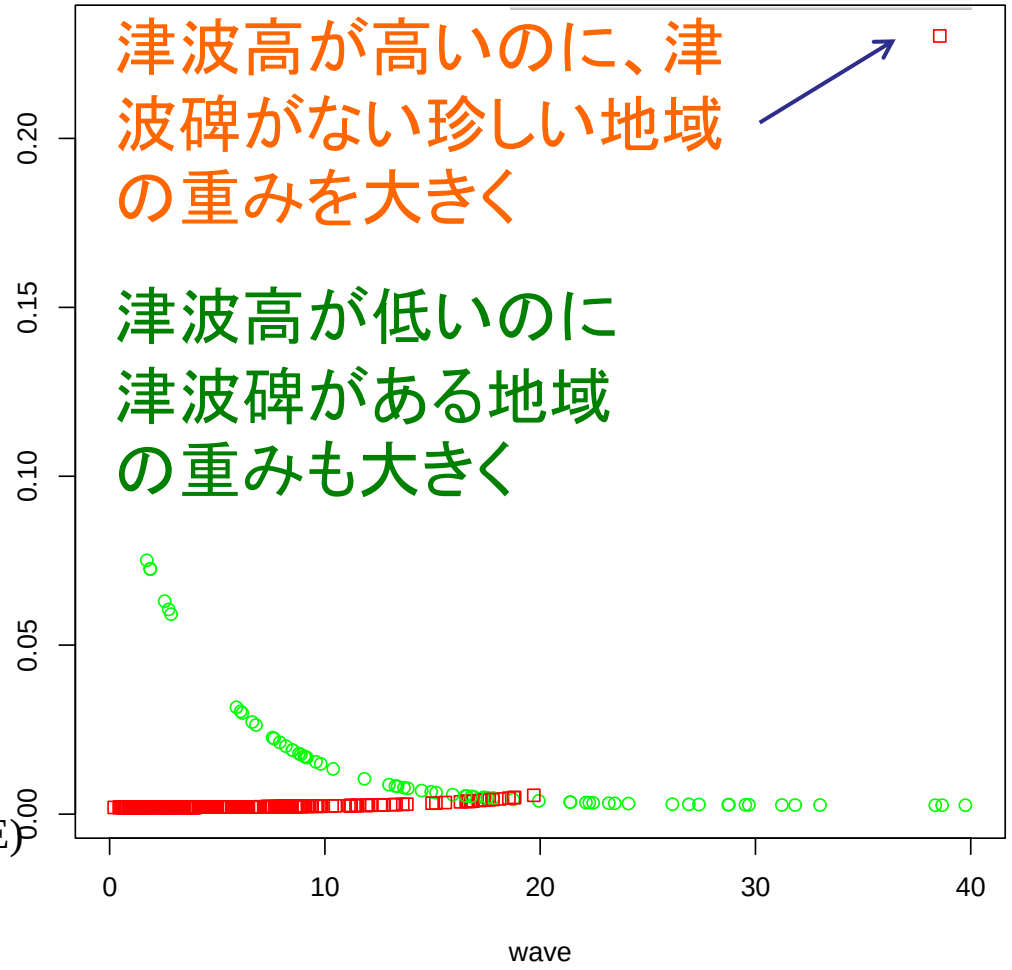


XとZの相関が消え，多重共線性が解消される

図3　傾向スコアによる
重み付け推定法

傾向スコア値の算定と逆数の重みの付与

```
result1 <- glm(exstone ~ wave, family=binomial(logit))
summary(result1)
ir=c("red","green")
bg=c(2,3)
plogit <- function(x)
plogit <- 1/(1+exp(3.7115-0.2199*(x)))
plot(wave,exstone, xlim=c(0,40), ylim=c(0,1),
pch=as.numeric(isstone),col=ir[exstone+1])
curve(plogit, xlim=c(0,40), ylim=c(0,1),add=TRUE)

pstone <- plogit(wave)
cnt1 <- sum(1/pstone * exstone)
cnt2 <- sum( 1/(1-pstone) * (1-exstone))
wgt <- 1/pstone * exstone /cnt1+ 1/(1-pstone)*(1-exstone)/cnt2
plot(wave,wgt, xlim=c(0,40), pch=as.numeric(isstone),col=ir[exstone+1])
```



重みを与えた一般化線形モデルの推定

```
result4 <- glm(cbind(death,pop-death)~wave+exstone+name, family = binomial,
weight = wgt)
summary(result4)
```

```
Coefficients: Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -3.98222    0.24319 -16.375   <2e-16 ***
wave         0.02229    0.01050   2.123   0.0337 *
exstone      0.02099    0.25800   0.081   0.9352
name        -0.22616    0.51646  -0.438   0.6615
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)
    Null deviance: 83.498  on 413  degrees of freedom
Residual deviance: 79.204  on 410  degrees of freedom
AIC: 94.743
Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

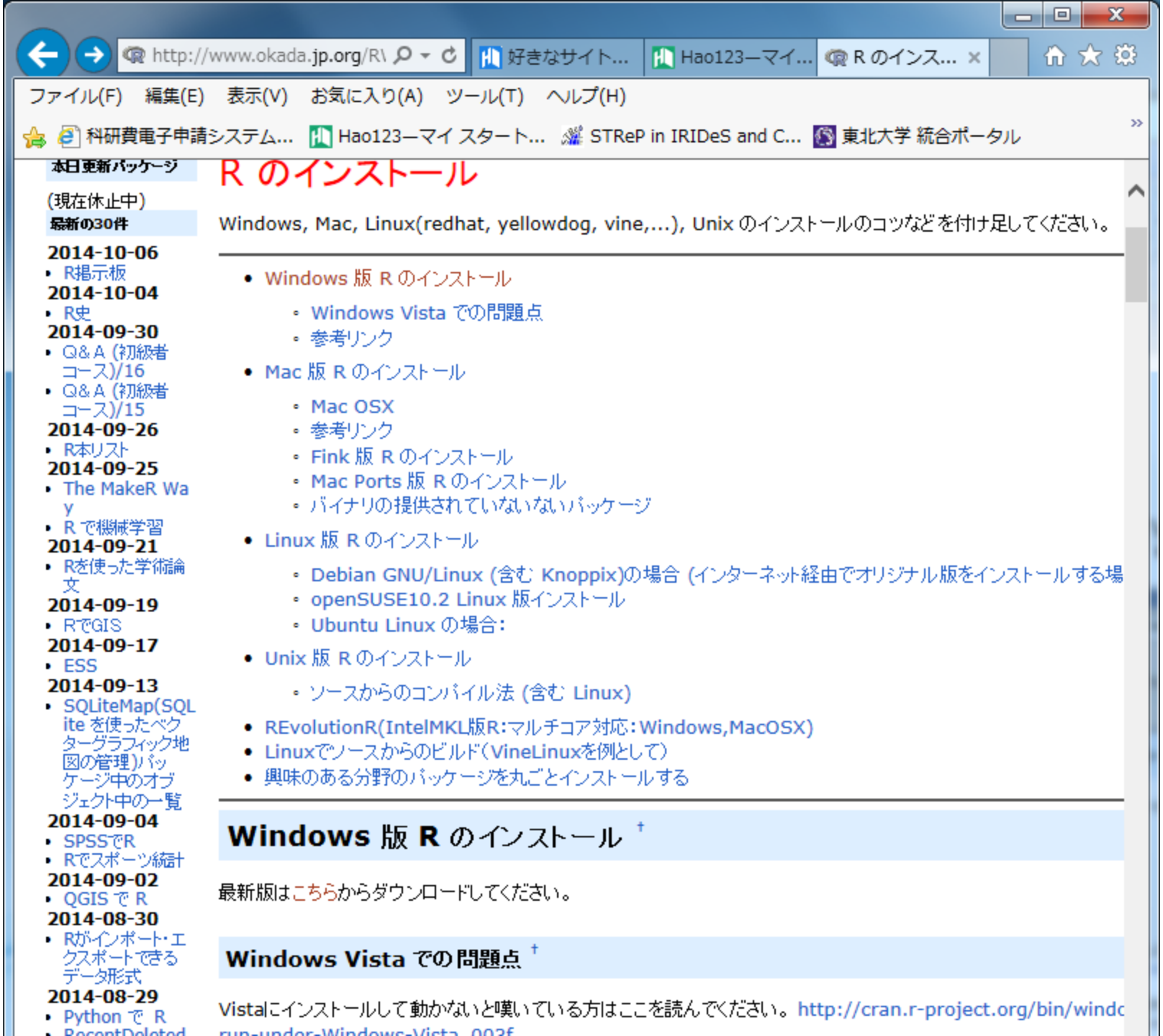
津波碑の存在も地名の存在も、統計的に有意ではなくなった

今回のデータでは，両者の効果を分離できるほど，十分なサンプルがなかった？

高台までの距離や高齢化率などを加える

Rに関する情報は

- RjpWiki　http://www.okada.jp.org/RWiki/



本日更新パッケージ

(現在休止中)

最新の30件

2014-10-06
- R掲示板

2014-10-04
- R史

2014-09-30
- Q&A (初級者コース)/16
- Q&A (初級者コース)/15

2014-09-26
- R本リスト

2014-09-25
- The MakeR Way
- R で機械学習

2014-09-21
- Rを使った学術論文

2014-09-19
- RでGIS

2014-09-17
- ESS

2014-09-13
- SQLiteMap(SQLite を使ったベクターグラフィック地図の管理)パッケージ中のオブジェクト中の一覧

2014-09-04
- SPSSでR
- Rでスポーツ統計

2014-09-02
- QGIS で R

2014-08-30
- Rがインポート・エクスポートできるデータ形式

2014-08-29
- Python で R

R のインストール

Windows, Mac, Linux(redhat, yellowdog, vine,...), Unix のインストールのコツなどを付け足してください。

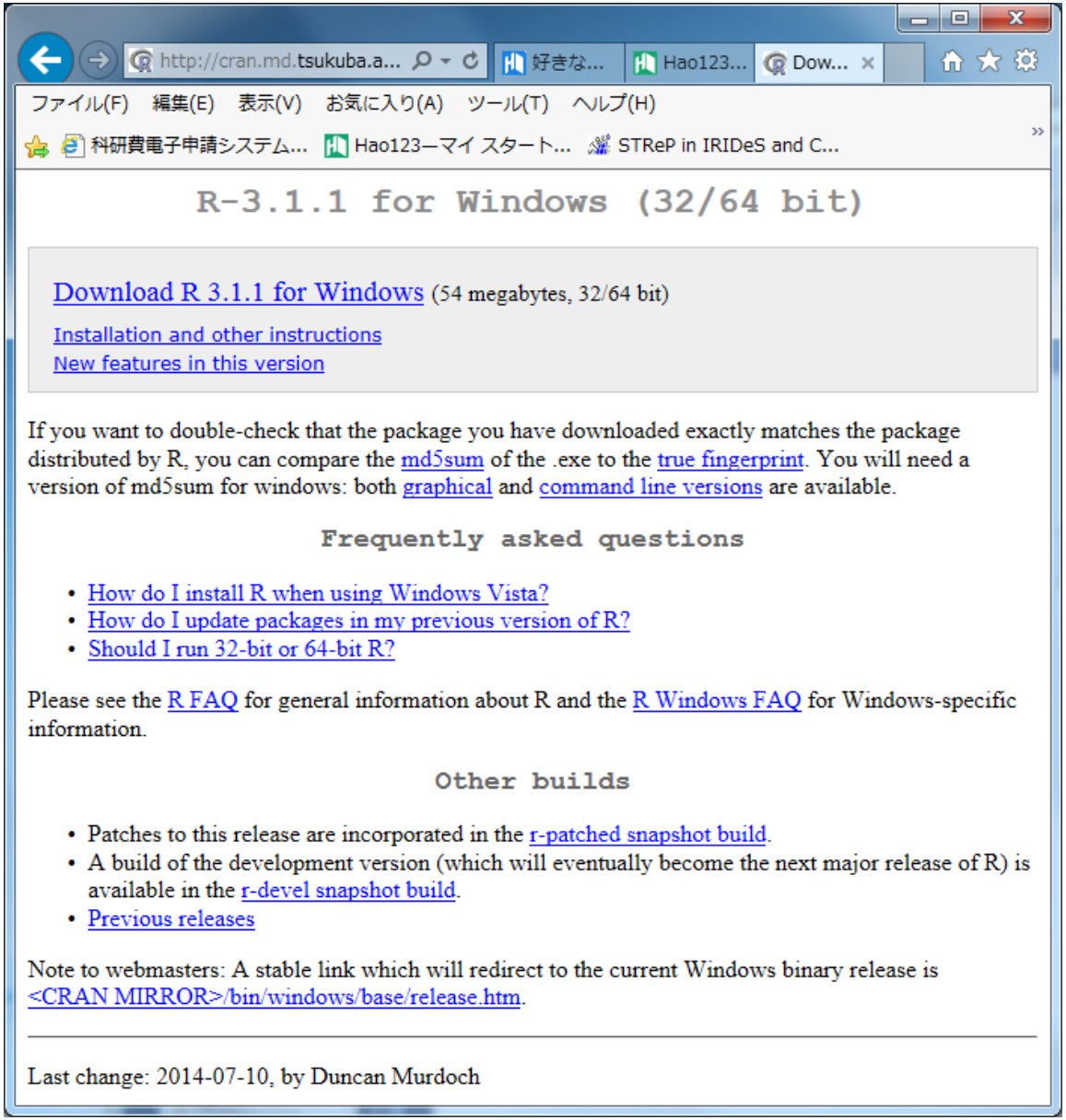
Windows 版 R のインストール †

最新版はこちらからダウンロードしてください。

Windows Vista での問題点 †

Vistaにインストールして動かないと嘆いている方はここを読んでください。http://cran.r-project.org/bin/windo

最新版は3.1.1（10.10現在）



ここまでのまとめとして

災害研での研究において，統計分析を使う場面は少なくない

しかし、災害に関するデータの特徴にあった分析手法が使われているとは言いがたい

　例）被害率曲線の推定

少なくとも他分野で一般化してきている手法を勉強して，恥ずかしくない程度使いこなしたい

- 後期金曜に授業科目を提供しています
- 私のわかる範囲で相談に乗ります
- また，一緒に勉強していきます！

工学研究科、情報科学研究科グローバル安全学

後期金曜2限　計量行動分析

- 1　(10/3)　計量行動分析の意義と3つの統計学の考え方 Purpose.ppt
- 2　(10/10)　R言語の導入と記述統計学 IntroductionR.ppt
- 3　(10/17)　推測統計学と仮説検定 PointEstimate.ppt
- 4　(10/24)　推測統計学と仮説検定
- 5　(10/31)　回帰分析の記述統計学的方法
- 6　(11/7)　回帰分析の記述統計学的方法 LinearRegresson.ppt
- 7　(11/21)　　回帰分析への推測統計学の応用
- 8　(11/28)　　ロジットモデルの誘導 Logit.ppt
- 9　(12/5)　最尤法による非集計ロジットモデルの推定
- 10　(12/12)　　因子分析・主成分分析Factor.ppt
- 11　(12/19)　　共分散構造モデルの推定 SEM.ppt
- 12　(1/9)　一般化線形モデルの考え方glm.ppt(1/25改訂)
- 13　(1/16)　　一般化線形モデル推定
- 14　(1/23)　　課題発表会1
- 15　(1/30)　　課題発表会2

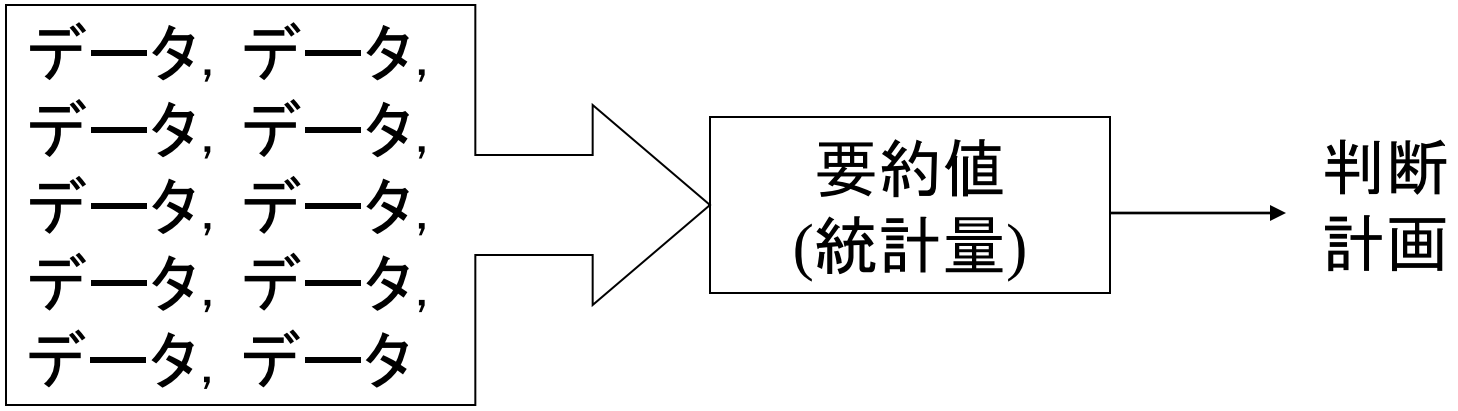
統計学(Statistics)の発展

- 統計学の始まり(紀元前3000年～2300年)
  古代エジプト:ピラミッド建設のための基礎調査
  古代中国:人口調査
  17世紀頃:国勢調査の学問　status(国家)→statistics
- 記述統計学(19世紀末～20世紀初頭)
  ゴールトン(Francis Galton)、ピアソン(Karl Pearson)
  データを要約し調査対象の情報を数学的に記述する方法
- 推測統計学(1925年)
  フィッシャー(Rinald Aylmer Fisher)「研究者のための統計的方法」
  標本集団の要約値から母集団の要約値を確率的に推測し、それによって母集団の様子を記述する
- ノンパラメトリック手法
  母集団の確率分布を事前に仮定しない方法
- ベイズ統計学
  観測値に基づき，母集団に関する知見を順次修正する

統計学の目的

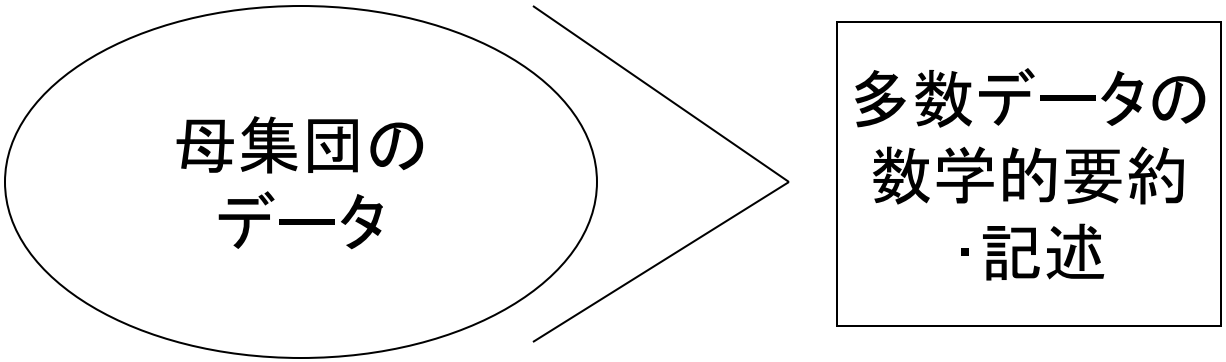
- 沢山のデータを要約し、中に含まれている情報を把握しやすくするための手段

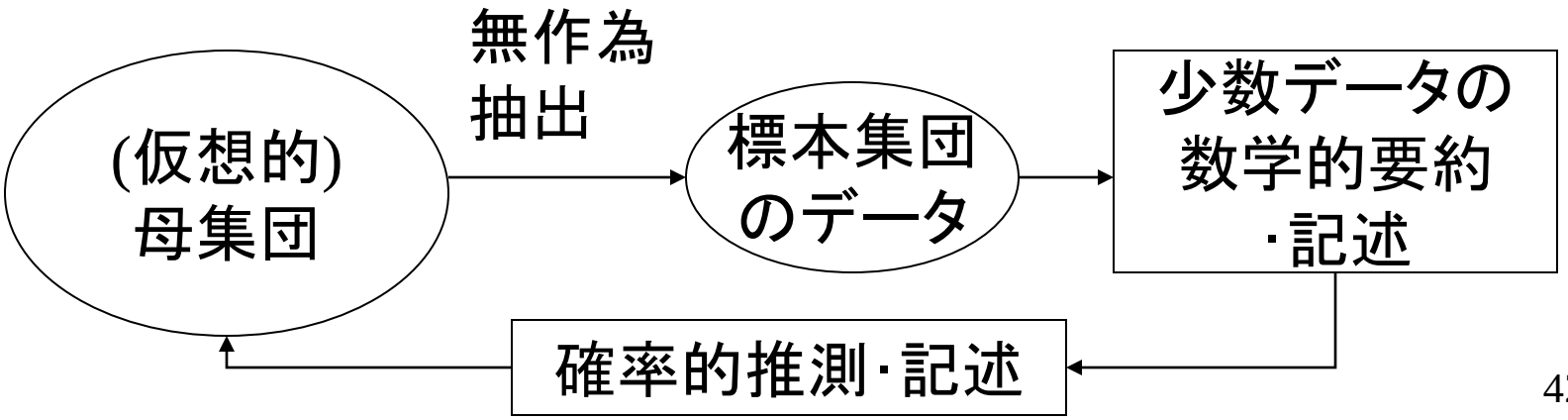
- 例：学生100人の体重のデータがある.
  その100個の数値持っている情報を簡単に表わしたい



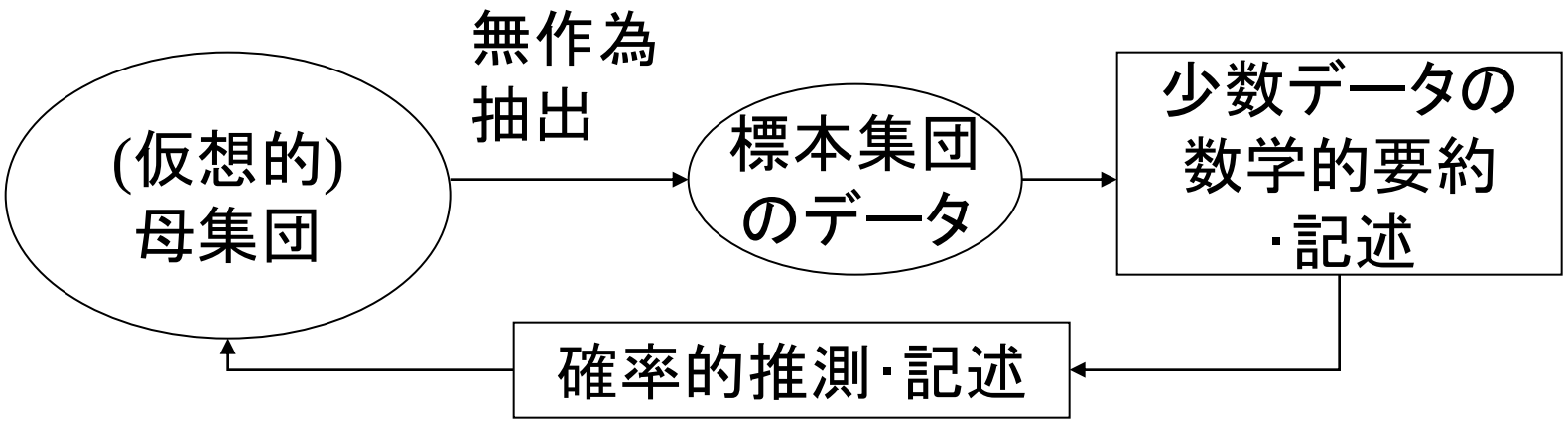
平均値：「100人の学生の体重はだいたい60kgぐらいである」
＋標準偏差：「100人の日本人の体重はだいたい50～70kgである」

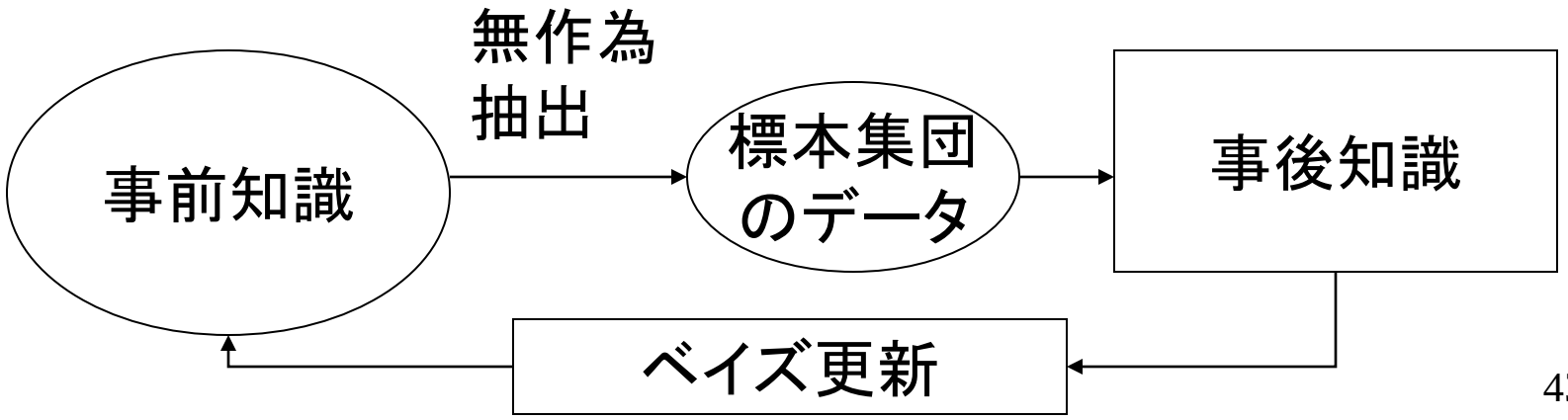
記述統計学と推測統計学





推測統計学とベイズ統計学





尤度（p12）

- ある確率分布でパラメータの値θが決まれば，データXの値xについてその値が得られる確率（確率密度）が計算できる.
  - f(x|θ)
  - R上では　d確率分布名（x，θ）の形

```
#一様分布 (unif)の例
#確率密度関数のグラフ
curve(dunif(x,min=0,max=2),xlim=c(-0.5,3),ylim=c(0,1),xlab="y",ylab="probability density")
#ある値に対する確率密度の値はdunif関数
dunif(0.2, min=0,max=2.0)
#分布関数，累積分布関数：変数がある値以下を取る確率：punif関数
curve(punif(x,min=0,max=2),xlim=c(-0.5,3),ylim=c(0,1),xlab="y",ylab="probability")
#分位数(quantile）その値以下を取る確率がpであるような点の値，分布関数の逆関数
qunif(0.75,min=0,max=2.0)
#乱数の発生：runif関数　，乱数の個数とパラメータを与える
runif(3,min=0, max=2.0)
```

尤度（p12）

- ある確率分布でパラメータの値θが決まれば，データXの値xについてその値が得られる確率（確率密度）が計算できる.
  - f(x|θ)
  - R上では　d確率分布名（x, θ）の形
- 逆に，データX=xが与えられたとき，パラメータの値θに対して，その値xが得られる確率を尤度：ゆうど(likelihood）という.

二項分布の例と尤度関数

- つぼのなかに赤球r個，白球w個あり，1つ取り出して色を記録して戻すことをn回繰り返す。
- 赤が出る回数Yがyを取る確率は，一つの母数φ＝r/(r+w)を用いると，

$$P(Y=y|f)={}_nC_y f^y\left(1-f\right)^{n-y}$$ となる.

- 実際に赤が8回，白が2回でた場合には，そのことが起こる確率は，$${}_{10}C_8 f^8\left(1-f\right)^2$$

で，これを母数φの関数と見なしたものを尤度関数L(φ)と呼ぶ.

二項分布の例と尤度関数

```
#二項分布の関数形：Rではdbinom
barplot(dbinom(0:10,size=10,prob=0.6),ylab="probability
",space=0, names=as.character(0:10), col="white")
#赤が8回，白が2回でた場合の尤度関数L(ϕ)
Lik <- function(phi) {dbinom(8,size=10,phi)}
curve(Lik(x), 0, 1)
#尤度関数の対数値を対数尤度関数(LogLikelihood)
LLik <- function(phi) {log(dbinom(8,size=10,phi))}
curve(LLik(x), 0.05, 0.95)
```

尤度の最大化（最尤推定）

- データがあり，確率分布の種類は決まっているが，パラメータ（母数）値がわからないとき。
- 得られているデータがもたらされる確率（尤度）が高いパラメータ値だったと考えるのが自然.
- 尤度が最大になるパラメータ値を推定値として使う.
- 赤が8回，白が2回でた場合の尤度関数

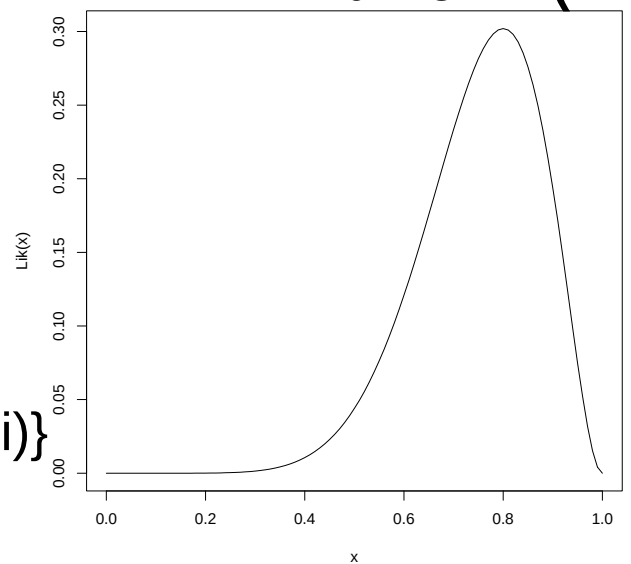
$${}_{10}C_8 f^8 (1-f)^2$$

これを母数ϕで微分すると，

$${}_{10}C_8 f^7 (1-f)\{8(1-f)-2f\}$$

$$= {}_{10}C_8 f^7 (1-f)(8-10f)$$

最大値はϕ=8/10＝0.8で取る.




```
Lik <- function(phi) {dbinom(8,size=10,phi)}
optimize(Lik,c(0,1),maximum=TRUE)
```

対数尤度の最大化（最尤推定）

- 赤が8回，白が2回でた場合の尤度関数，$_{10}C_8 f^8 (1-f)^2$
  対数尤度関数は，$\log(_{10}C_8) + 8\log f + 2\log(1-f)$

これを母数φで微分すると，

$$\frac{8}{f} - \frac{2}{(1-f)} = \frac{8(1-f) - 2f}{f(1-f)} = \frac{8-10f}{f(1-f)}$$

最大値は最後の分子が0になる，

φ=8/10＝0.8で取る．

```
LLik <- function(phi) {log(dbinom(8,size=10,phi))}
optimize(LLik,c(0.01,0.99),maximum=TRUE)
```